



Institución Universitaria

## FISICA ESTATICA Y DINAMICA

PROFESOR:  
DIEGO ANTONIO MUÑOZ SANCHEZ  
ING. MECANICO  
ESP. GESTION ENERGETICA INDUSTRIAL

FACULTAD DE CIENCIAS BASICAS  
MEDELLIN  
2013



Institución Universitaria

MUCHOS DE LOS DATOS Y DIBUJOS QUE APARECEN EN ESTA PRESENTACION SON TOMADOS DE UNA YA EXISTENTE EN WWW.GOOGLE.COM

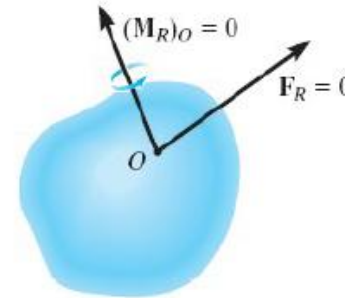
CONDICIONES DE EQUILIBRIO

- El equilibrio de un cuerpo se expresa como

$$F_R = \sum F = 0$$

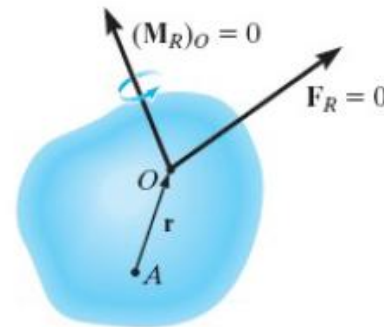
$$(M_R)_O = \sum M_O = 0$$

Condición necesaria y suficiente



- Considere sumar los momentos respecto algún otro punto, tal como A, requerimos

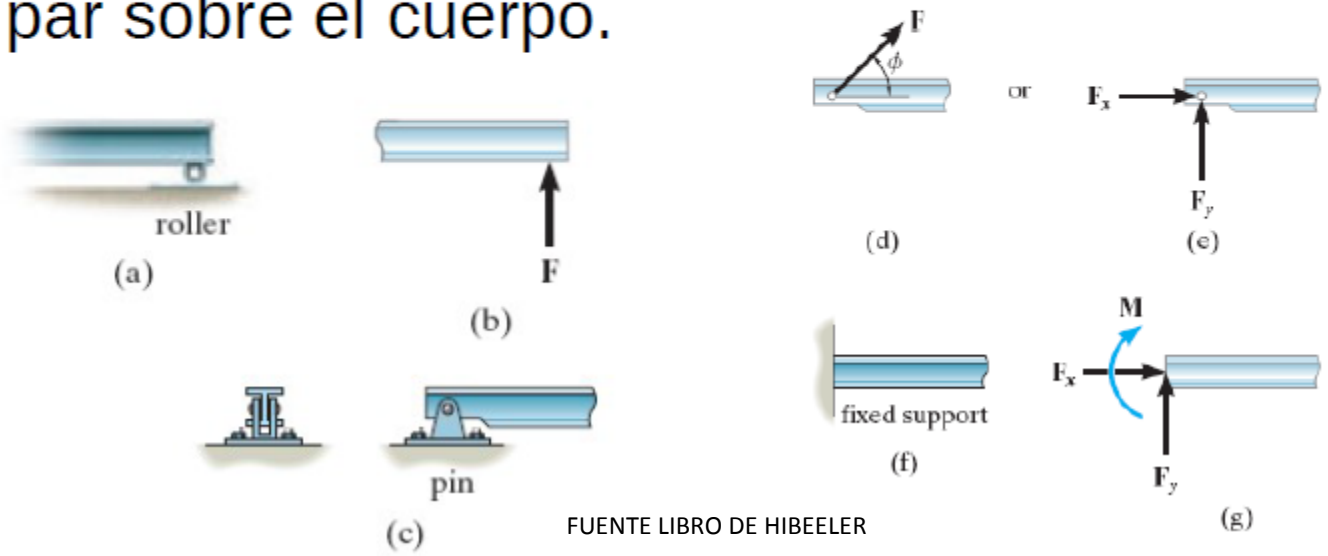
$$\sum M_A = r \times F_R + (M_R)_O = 0$$



FUENTE LIBRO DE HIBEEER

REACCIONES EN LOS APOYOS

- Si un soporte previene la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces sobre el cuerpo actúa una fuerza en esa dirección.
- Si previene la rotación, se desarrolla un momento de par sobre el cuerpo.



REACCIONES EN 2D

| Apoyo o enlace  | Reacción                                 | Número de incógnitas |
|---|--|----------------------|
| <p>Rodillos      Balancín      Superficie lisa</p>    | <p>Fuerza con recta soporte conocida</p> | 1                    |
| <p>Cable      Biela</p>                               | <p>Fuerza con recta soporte conocida</p> | 1                    |
| <p>Corredera o cursor      Pasador en ranura lisa</p> | <p>Fuerza con recta soporte conocida</p> | 1                    |
| <p>Articulación      Superficie rugosa</p>            | <p>Fuerza de dirección desconocida</p>   | 2                    |
| <p>Empotramiento</p>                                  | <p>Fuerza y par</p>                      | 3                    |

Fig. 4.1. Reacciones en soportes y uniones.

FUENTE LIBRO DE BEER JOHNSTON

TABLE 5-1 Continued



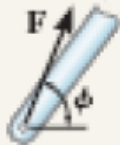



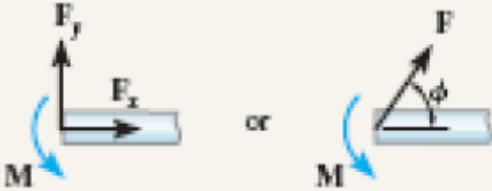











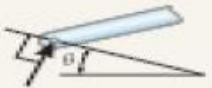




| Types of Connection  | Reaction   |
|--|--|
| (8)     | <br>or<br>     |
| smooth pin or hinge  |  |
| (9)     |   |
| member fixed connected to collar on smooth rod   |  |
| (10)  | <br>or<br> |
| fixed support  |  |

TABLE 5-1 Supports for Rigid Bodies Subjected to Two-Dimensional Forces

| Types of Connection   | Reaction   |
|---|--|
| (1)    | <br>cable   |
| (2)    |  or<br><br>weightless link |
| (3)    | <br>roller  |
| (4)     | <br>roller or pin in confined smooth slot   |
| (5)    | <br>rocker  |
| (6)   | <br>smooth contacting surface  |
| (7)  | <br>member pin connected to collar on smooth rod  |

# REACCIONES EN 3D

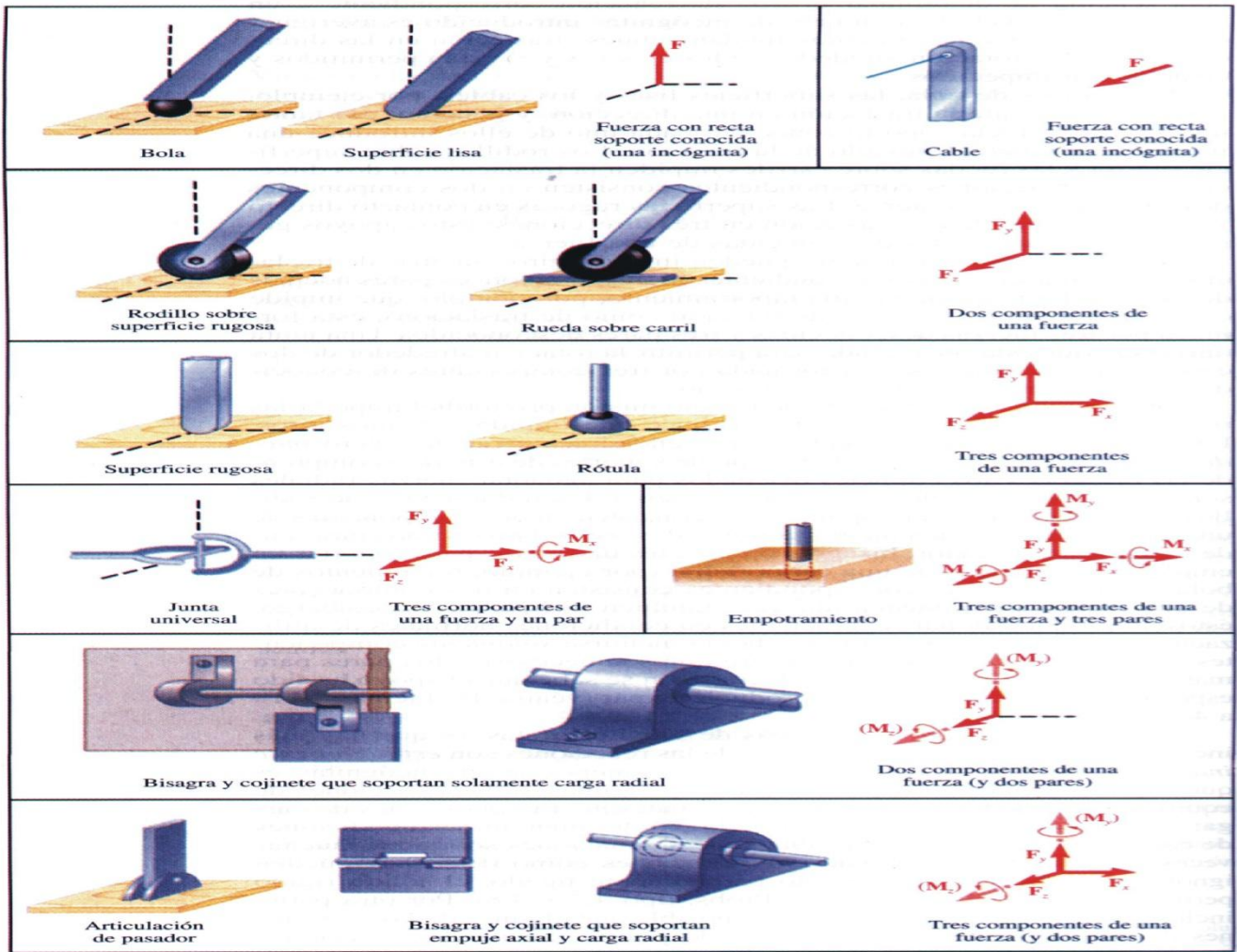


Fig. 4.10. Reacciones en soportes y uniones.

FUENTE LIBRO DE BEER JOHNSTON

TABLE 5-2 Supports for Rigid Bodies Subjected



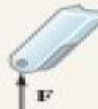

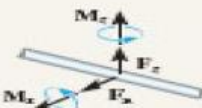





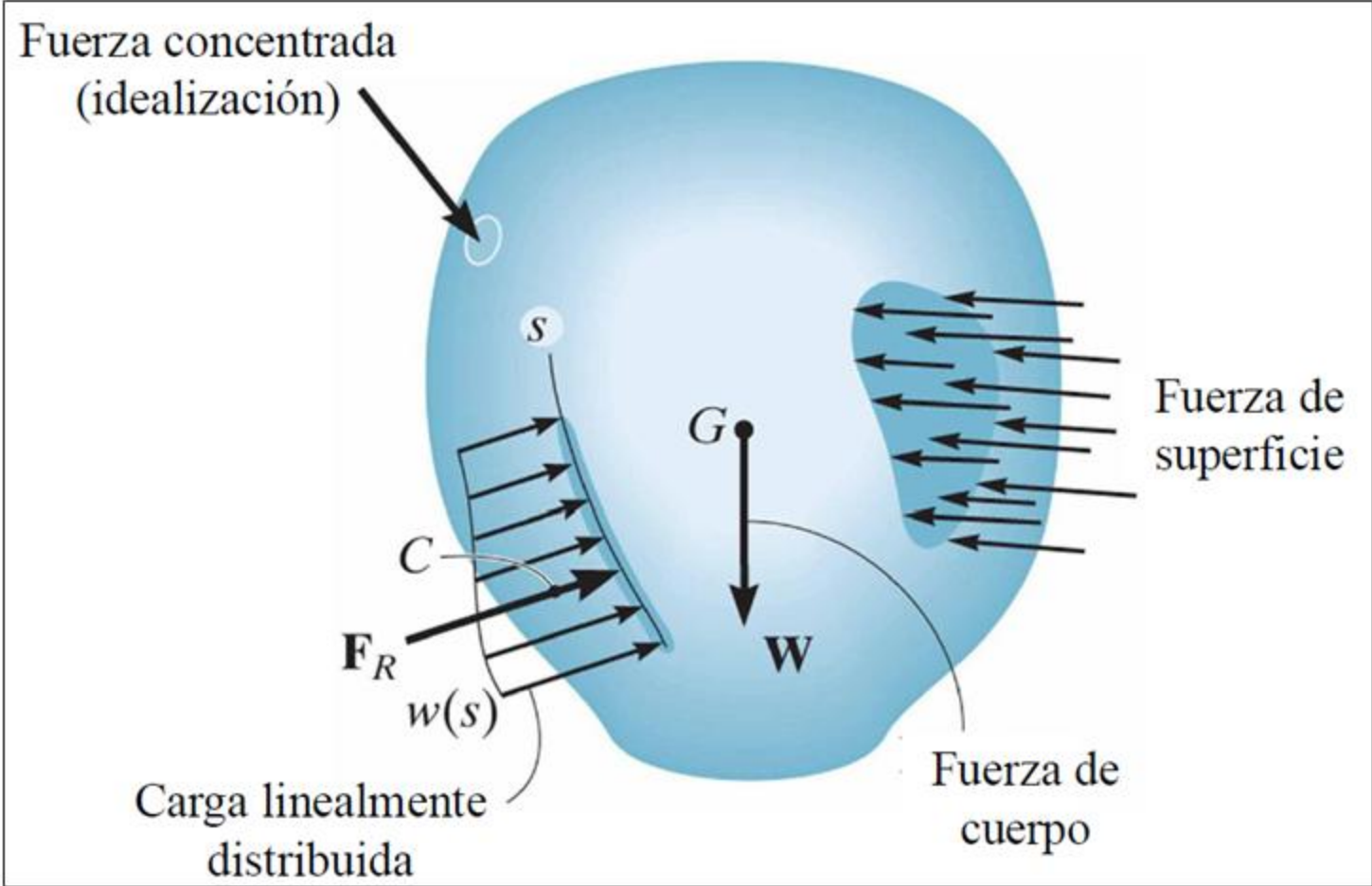
| Types of Connection           | Reaction  |
|-------------------------------|---|
| (1)<br>cable                  |    |
| (2)<br>smooth surface support |    |
| (3)<br>roller                 |    |
| (4)<br>ball and socket        |   |
| (5)<br>single journal bearing |  |

TABLE 5-2 Continued

| Types of Connection                             | Reaction  |
|---|---|
| (6)<br>single journal bearing with square shaft |    |
| (7)<br>single thrust bearing                    |    |
| (8)<br>single smooth pin                        |    |
| (9)<br>single hinge                             |   |
| (10)<br>fixed support                           |  |

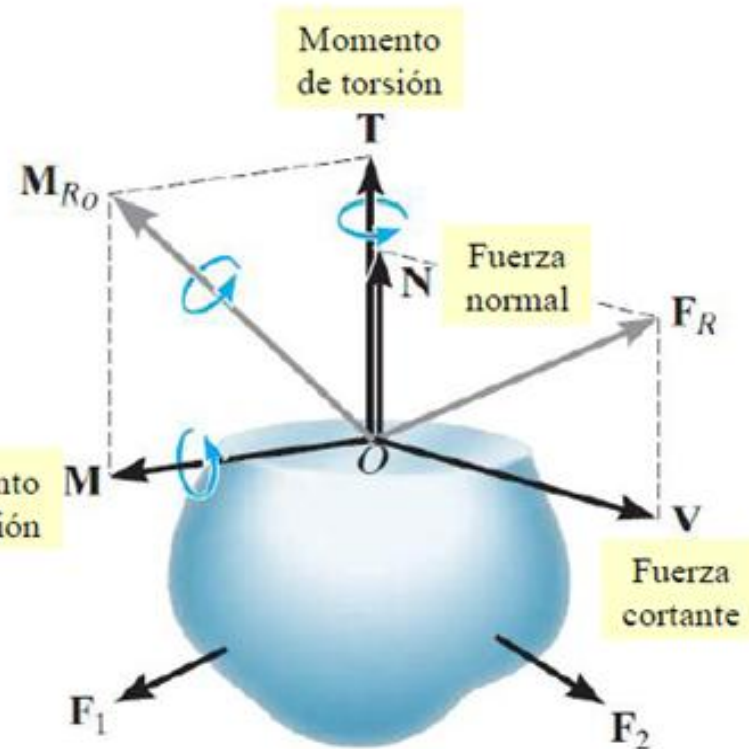


FUERZAS EXTERNAS



FUENTE LIBRO DE HIBEELER

# FUERZAS INTERNAS



- **Fuerza normal,  $N$ .** Actúa perpendicularmente al área de la sección.
- **Fuerza cortante,  $V$ .** Esta fuerza se encuentra en el plano de la sección.
- **Torque,  $T$ :** Momento que actúa alrededor de un eje perpendicular al área de la sección.
- **Momento flexionante,  $M$ :** Momento que actúa con respecto a un eje que se encuentra en el plano de la sección.

FUENTE LIBRO DE HIBEELER

## Fuerzas internas

- Fuerzas internas y externas actúan sobre un cuerpo rígido.
- Ya que las fuerzas internas actúan entre partículas contenidas dentro del contorno del DCL, no se pintan
- Las partículas o sistemas fuera del contorno ejercen fuerzas externas sobre el sistema.

## Peso y centro de gravedad

- Cada partícula tiene un peso específico, y puede considerarse un sistema de fuerzas paralelas.
- El sistema se puede representar mediante una única fuerza resultante conocida como *peso **W*** del cuerpo
- El punto de aplicación del peso es conocido como el *centro de gravedad* (nótese que es independiente del punto elegido para calcularlo).

## DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE O DCL

### 1. Esbozar la forma del cuerpo

- Imagine que el cuerpo está aislado, cortando o liberándolo de sus ligaduras.
- Dibuje esta situación.

### 2. Mostrar todas las fuerzas y momentos de pares

- Identifique todas las fuerzas externas y los momentos de pares que actúan sobre el cuerpo



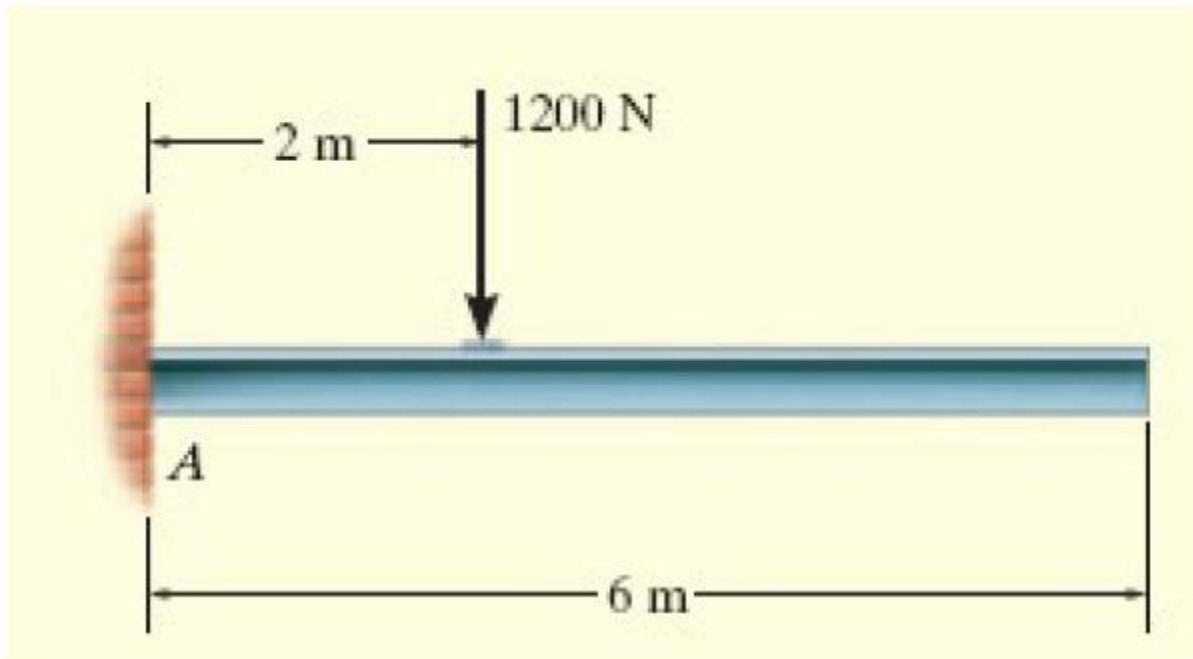
Institución Universitaria

### 3. Identifique cada carga y dé las dimensiones

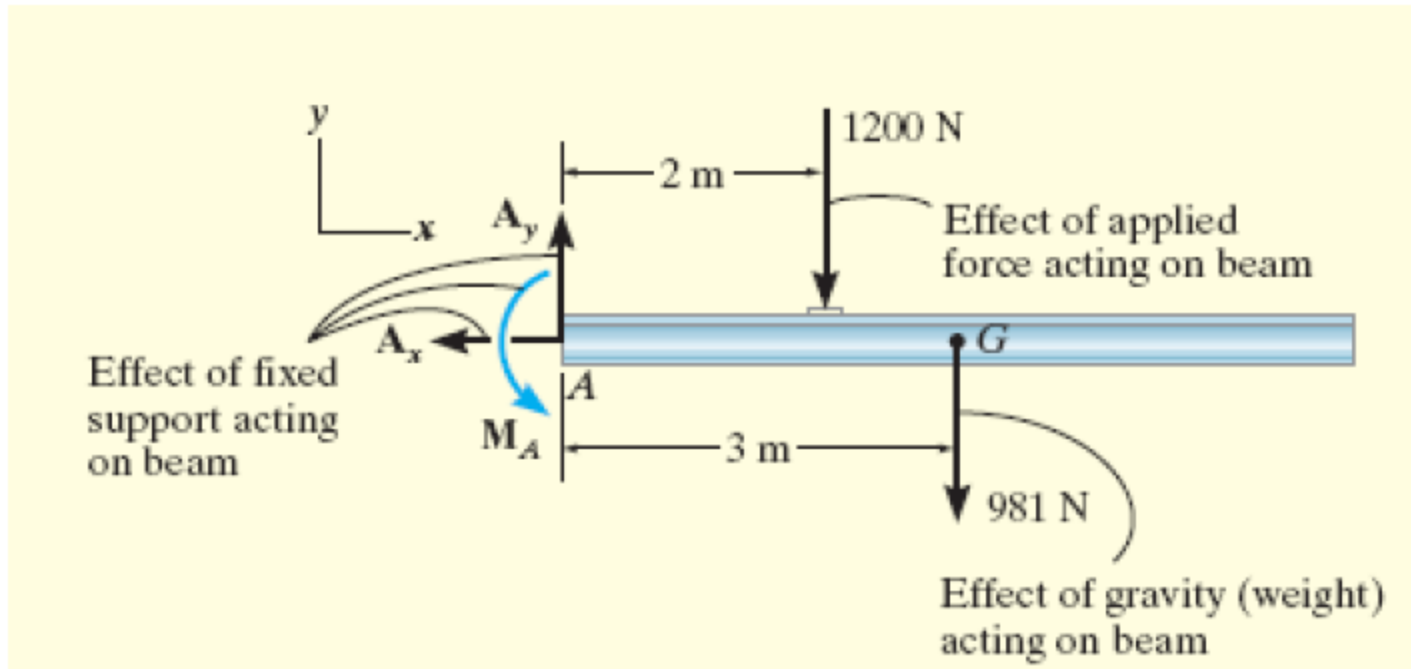
- Indicar las dimensiones
- Las fuerzas y momentos conocidos deben de pintarse con sus etiquetas, magnitudes y direcciones

EJEMPLO DE REACCIONES EN 2D

Dibuje el DCL de la viga. La viga es uniforme y tiene una masa de 100 kg.



# Diagrama de cuerpo libre





## DCL

- El soporte A es un muro fijo
- Las tres fuerzas que actúan sobre la viga en A se denotan como  $\mathbf{A}_x$ ,  $\mathbf{A}_y$ ,  $\mathbf{A}_z$ , dibujadas en dirección arbitraria
- Las magnitudes de esos vectores son desconocidas
- Asumir el sentido de esos vectores
- Para una viga uniforme,

$$\text{Peso, } W = 100(9.81) = 981 \text{ N}$$

actuando en el centro de gravedad de la viga, a 3 m desde A

- Para el equilibrio de un cuerpo rígido en 2D,  
 $\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M_0 = 0$
- $\sum F_x$  ,  $\sum F_y$  representan la suma de las componentes x, y de todas las fuerzas
- $\sum M_0$  representa la suma de los momentos de los pares y de los momentos de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo



# Procedimiento de análisis

## DCL

- La fuerza o el momento tienen magnitud desconocida, pero podemos asumir sus líneas de acción
- Indicar las dimensiones del cuerpo necesarias para calcular los momentos de las fuerzas

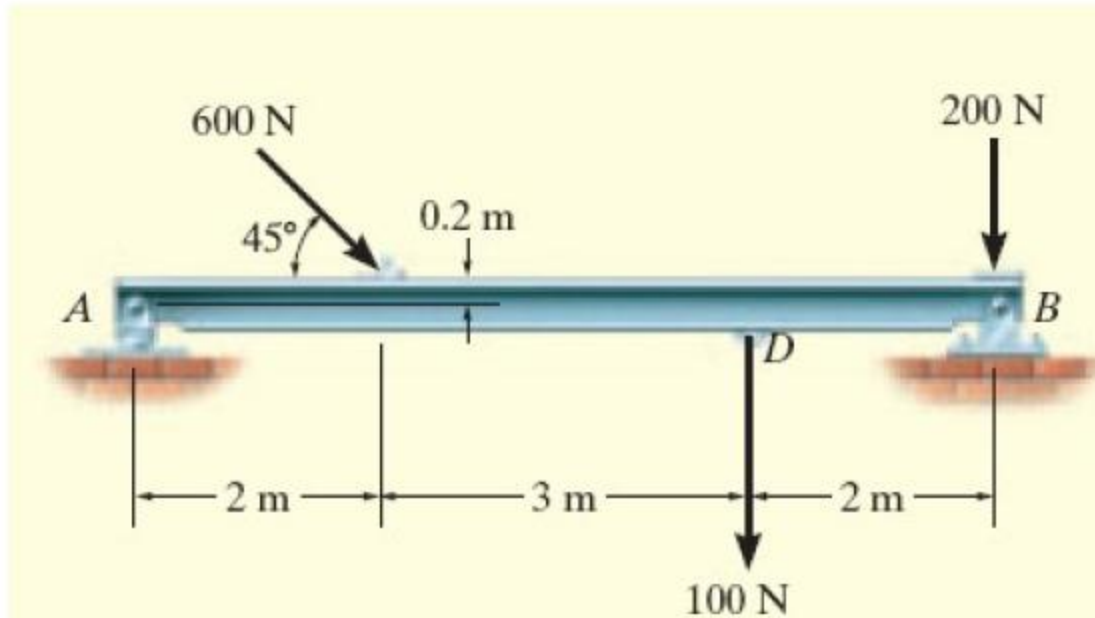
# Procedimiento de análisis

## Ecuaciones de equilibrio

- Aplicar  $\sum M_0 = 0$  respecto al pto O
- Orientar los ejes  $x$ ,  $y$  a lo largo de las líneas que dan la resolución más simple de las fuerzas en sus componentes  $x$ ,  $y$
- Un resultado escalar negativo supone que el sentido es negativo respecto al que se asumió en el DCL

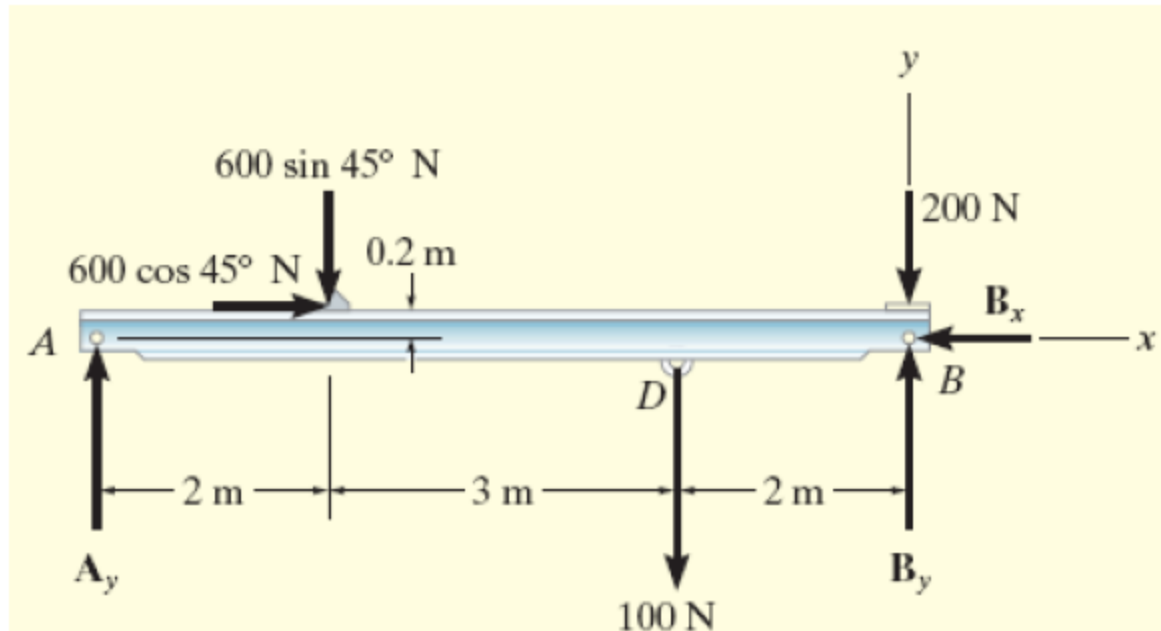
EJEMPLO 2. REACCIONES EN 2D

Determine las componentes horizontales y verticales de las reacciones para la viga. Desprecie el peso de la viga.



# DCL

- 600 N representada por las componentes x,y
- 200 N actúa sobre la viga en B



## Ecuaciones de Equilibrio

$$+\rightarrow \sum F_x = 0; \quad 600\cos 45^\circ N - B_x = 0 \Rightarrow B_x = 424 N$$

$$+ \curvearrowright \sum M_B = 0;$$

$$100 N (2m) + (600\sin 45^\circ N)(5m) - (600\cos 45^\circ N)(0.2m) - A_y (7m) = 0$$

$$A_y = 319 N$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

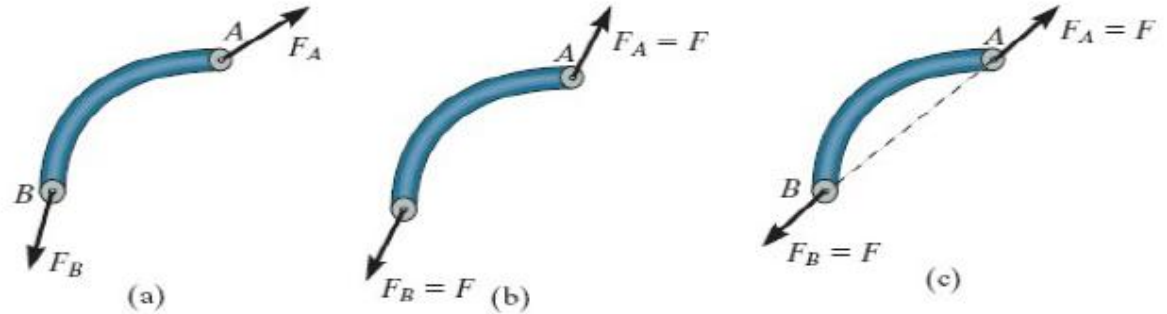
$$319 N - 600\sin 45^\circ N - 100 N - 200 N + B_y = 0$$

$$B_y = 405 N$$

Nota: Se puede comprobar el resultado de  $B_y$  calculando los momentos respecto al punto A.

MIEMBROS DE 2 FUERZAS

- Cuando las fuerzas se aplican a solo dos puntos de un elemento, el elemento se llama *miembro de dos fuerzas*
- Solo la magnitud de la fuerza debe de determinarse



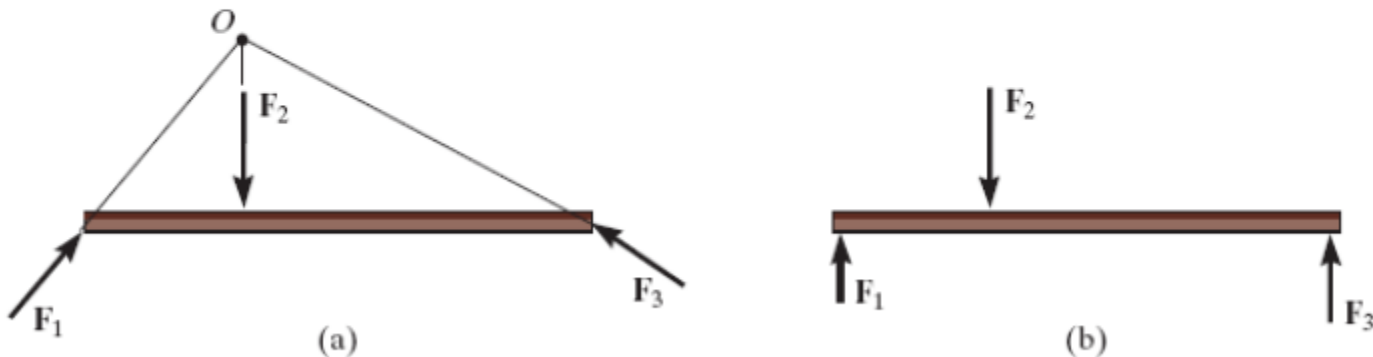
Two-force member

La condiciones de equil requieren que actúen en la misma línea de acción: (b)  $F_R = 0$  (c)  $M_A = 0$  o  $M_B = 0$



## MIEMBROS DE 3 FUERZAS

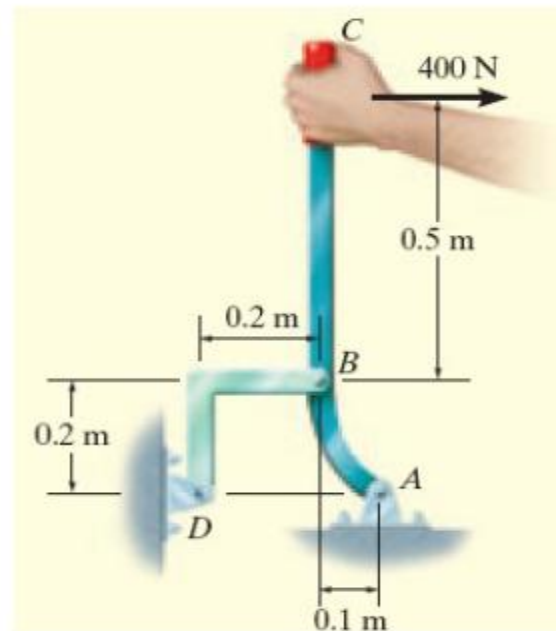
- Cuando un elemento está sujeto a 3 fuerzas, las fuerzas son concurrentes o paralelas (si dos se cortan, la tercera también, ya que  $M_0 = 0$ )



Three-force member

## EJEMPLO 3. REACCIONES 2D

La palanca ABC está sostenida por la articulación A y conectada a una unión BD. Si el peso de los elementos se puede despreciar, determine la fuerza del soporte sobre la palanca en A.



## DCL

- BD es un miembro de 2 fuerzas
- Palanca ABC miembro de 3

## Ecuaciones de Equilibrio

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{0.4}\right) = 60.3^\circ$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0; \quad F_A \cos 60.3^\circ - F \cos 45^\circ + 400 \text{ N} = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \quad F_A \sin 60.3^\circ - F \sin 45^\circ = 0$$

Resolviendo,  $F_A = 1.07 \text{ kN}$

$$F = 1.32 \text{ kN}$$

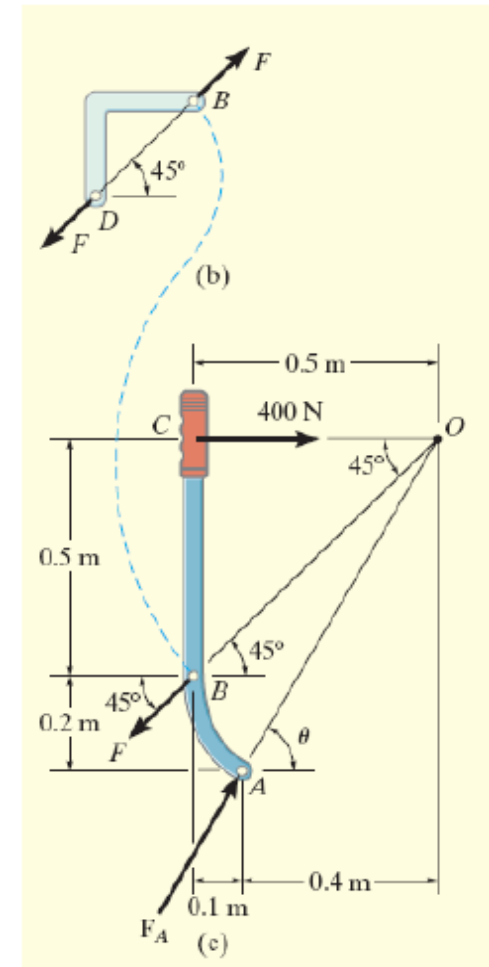
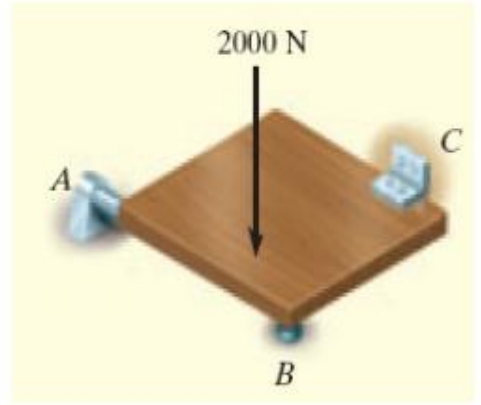
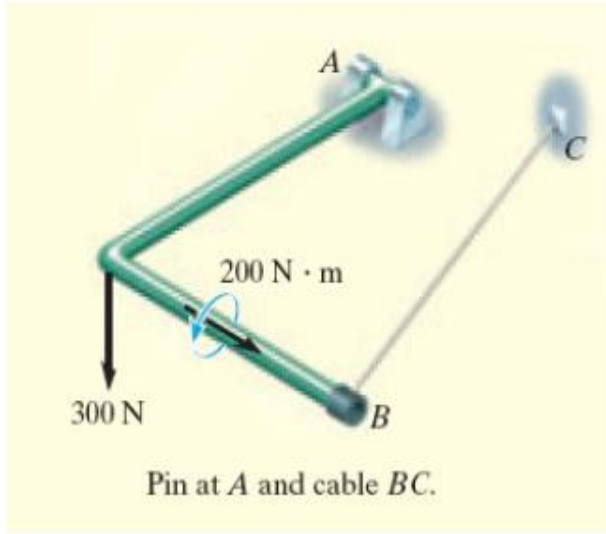
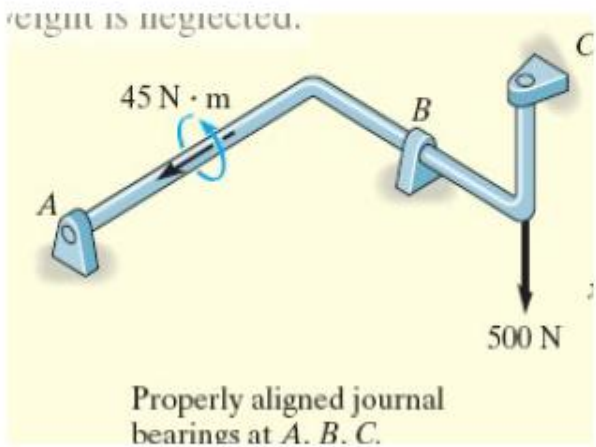
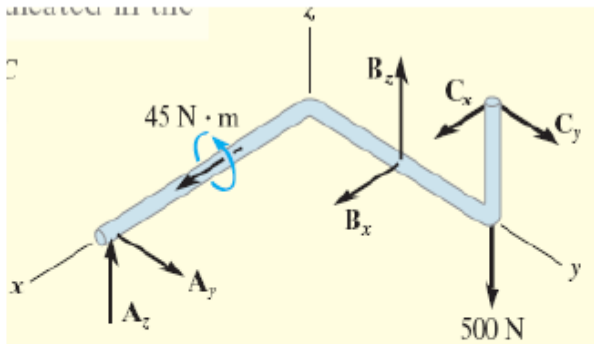


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE 3D

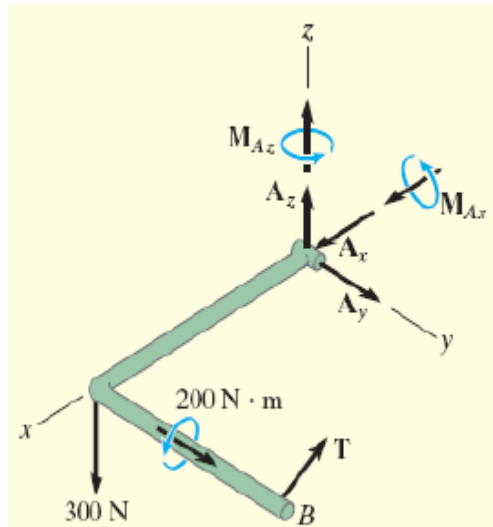
Dibujar el DCL de los objetos mostrados. Despreciar el peso de los objetos



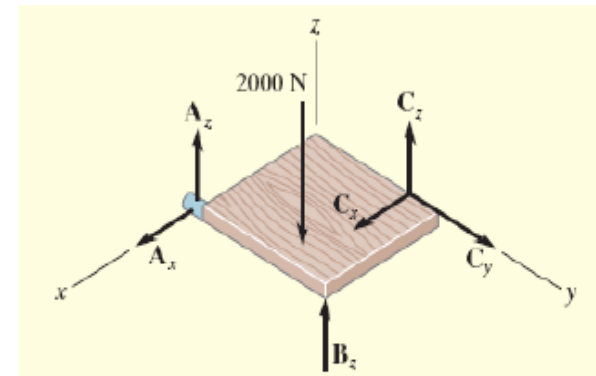
# DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE 3D



The force reactions developed by the bearings are sufficient for equilibrium since they prevent the shaft from rotating about each of the coordinate axes.



Moment components are developed by the pin on the rod to prevent rotation about the  $x$  and  $z$  axes.



Only force reactions are developed by the bearing and hinge on the plate to prevent rotation about each coordinate axis. No moments at the hinge are developed.

## Ecuaciones vectoriales de equilibrio

- Las dos condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido en forma vectorial,

$$\sum \mathbf{F} = 0 \quad \sum \mathbf{M}_0 = 0$$

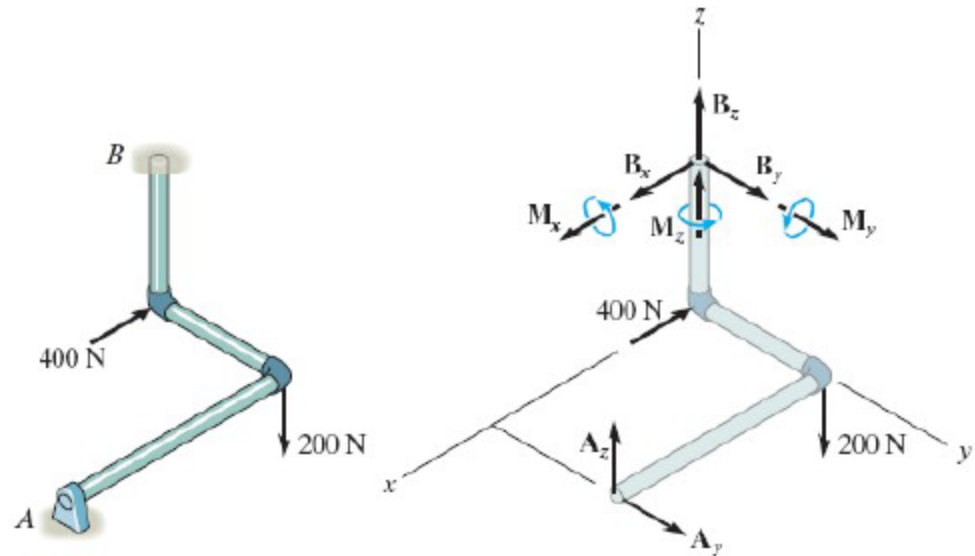
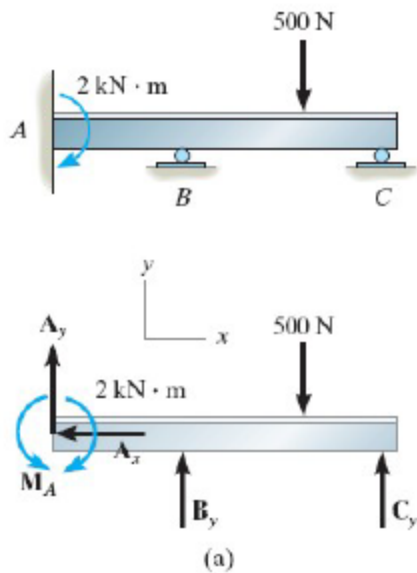
## Ecuaciones de equilibrio en forma escalar

- Si todas las fuerzas externas y momentos se expresan en forma cartesiana

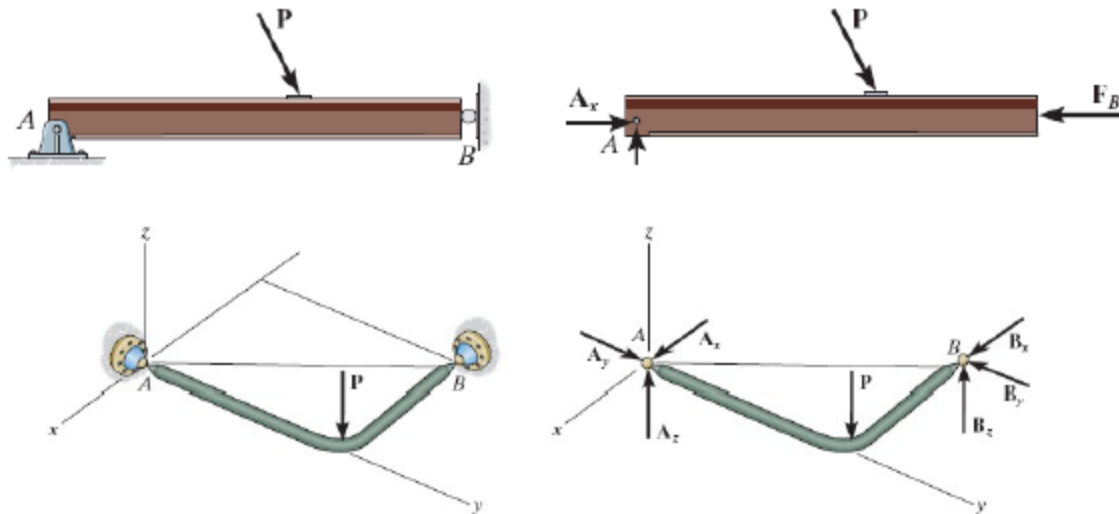
$$\sum \mathbf{F} = \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k} = 0$$

$$\sum \mathbf{M}_0 = \sum M_x \mathbf{i} + \sum M_y \mathbf{j} + \sum M_z \mathbf{k} = 0$$

- Más soportes de los necesarios para el equilibrio
- Estáticamente indeterminado: más cargas desconocidas que ecuaciones



- La restricción impropia de los soportes causa inestabilidad
- Cuando las fuerzas reactivas son concurrentes en un punto, el cuerpo está impropriamente ligado o sujeto





# Procedimiento de análisis

## DCL

- Esboze la forma del cuerpo
- Pinte todas las fuerzas y momentos de pares que actúan sobre el cuerpo
- Pintar todas las componentes desconocidas con sentido positivo
- Indicar las dimensiones necesarias del cuerpo para calcular los momentos de las fuerzas

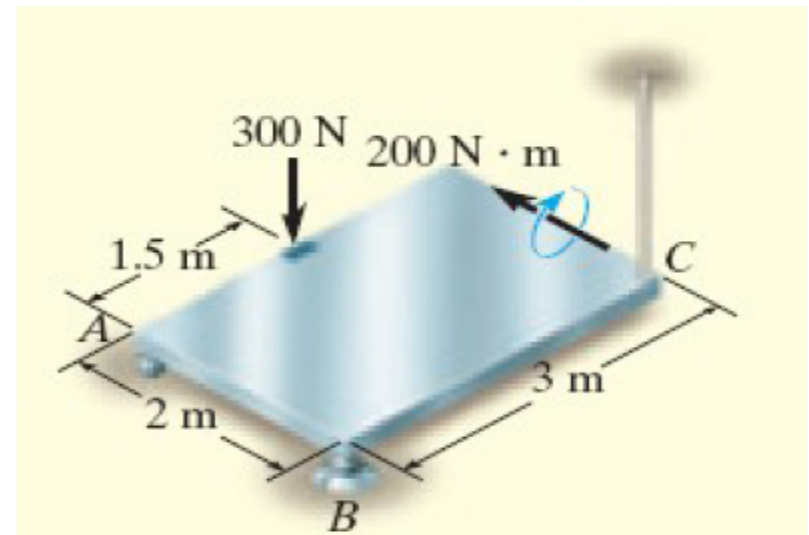
# Procedimiento de análisis

## Ecuaciones de Equilibrio

- Aplicar las seis ecuaciones escalares o las dos vectoriales de equilibrio
- Cualquier conjunto de ejes, no ortogonales puede elegirse para esto
- Elija la dirección de un eje para sumar momentos de manera que intersecte tantas líneas de acción de las fuerzas desconocidas como sea posible

EJEMPLO 1. REACCIONES EN 3D

La placa homogénea tiene una masa de 100 kg y está sujeta a una fuerza y un momento de par a lo largo de sus lados. Si está aguantada horizontalmente por medio de una rodadura en A, una unión de pivote en B, y una cuerda en C, determine las componentes de las reacciones en los soportes.



## DCL

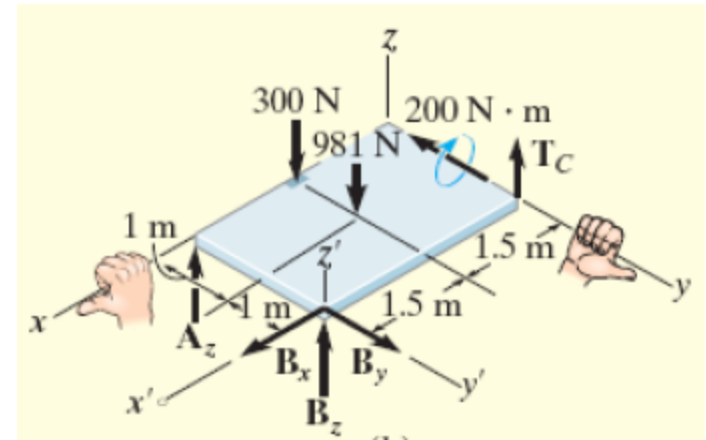
- Cinco reacciones a determinar actúan sobre la placa
- Cada reacción se asume que actúa en una dirección coordenada positiva

## Ecuaciones de Equilibrio

$$\sum F_x = 0; B_x = 0$$

$$\sum F_y = 0; B_y = 0$$

$$\sum F_z = 0; A_z + B_z + T_C - 300 \text{ N} - 981 \text{ N} = 0$$



## Ecuaciones de Equilibrio

$$\sum M_x = 0; T_C(2\text{m}) - 981\text{ N}(1\text{m}) + B_z(2\text{m}) = 0$$

$$\sum M_y = 0;$$

$$300\text{ N}(1.5\text{m}) + 981\text{ N}(1.5\text{m}) - B_z(3\text{m}) - A_z(3\text{m}) - 200\text{ N}\cdot\text{m} = 0$$

- La componentes de la fuerza en B se pueden eliminar si se usan los ejes  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$

$$\sum M_{x'} = 0; 981\text{ N}(1\text{m}) + 300\text{ N}(2\text{m}) - A_z(2\text{m}) = 0$$

$$\sum M_{y'} = 0;$$

$$-300\text{ N}(1.5\text{m}) - 981\text{ N}(1.5\text{m}) - 200\text{ N}\cdot\text{m} + T_C(3\text{m}) = 0$$

Resolviendo,

$$\mathbf{A}_z = 790\text{N} \quad \mathbf{B}_z = -217\text{N} \quad \mathbf{T}_C = 707\text{N}$$

- El signo negativo indica que  $\mathbf{B}_z$  actúa hacia abajo
- La placa está parcialmente sostenida ya que los soportes no pueden evitar que gire alrededor del eje z si se aplica una fuerza en el plano x-y