

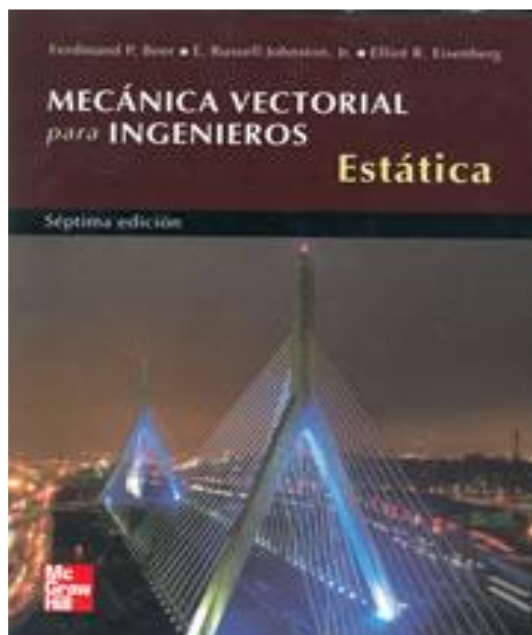
Universidad Nacional de Ingeniería

UNI - NORTE



2009

# Ejercicios Resueltos de Estática



Orientados por: Ing. Sergio Navarro Hudiel

Elaborado por: Grupo 2T1-IC 2009

17/08/2009

## **Participantes:**

- 1. Darwing Castillo Leiva**
- 2. Lenin Uriel Rodríguez**
- 3. Jacsel**
- 4. Deyling Erenia García.**
- 5. Cristhiam Ariel Salgado**
- 6. Dania Lisbeth González Dávila.**
- 7. Julio César Somoza Medina.**
- 8. Randy Osmin Martínez Pinell.**
- 9. María José Valdivia Lazo**
- 10. Ana Kelly Aguilera Luna**
- 11. Marcos Antonio Salgado Aguilar**
- 12. Tatiana Lucia Gámez**
- 13. Verónica Raquel Ortez .**
- 14. Halder Pérez.**
- 15. NORVIN RAMON GUTIERREZ**
- 16. ADAN ANIBAL LOPEZ**
- 17. YAMNI BAYARDO FLORES**
- 18. DAVID MOLINA.**
- 19. JORGE LÚIS MORAN RIVAS.**
- 20. ROBERTO ENRIQUE ZELEDÓN.**
- 21. WESTER DE JESUS ALFARO.**
- 22. Armel Iván Toledo Urbina.**
- 23. Ramiro José Valdivia Machado.**
- 24. Víctor Aníbal Rodríguez Matute**
- 25. Rafael A. Jiménez**
- 26. Eddy A. Pérez**
- 27. Johnny F. Salgado**
- 28. Harvin Castillo**
- 29. Lesbia Mendieta**
- 30. Donald Zeledón**
- 31. JONATHAN ALEXIS CASTRO GARCÍA**
- 32. LUIS NOLBERTO MARTÍNEZ RIZO**
- 33. NESTOR OSVALDO LÓPEZ SALGADO**
- 34. Olga Azucena Martínez.**
- 35. Yesli Masiel Gutiérrez.**
- 36. Jessica Liseth Martínez.**
- 37. Jorge Ulises Aguirre Herrera**
- 38. Bayardo José Blandón Garcia**
- 39. Indira Yaosca Rostrán Ramirez**
- 40. Luis Octavio Castillo Moreno ½**
- 41. Carlos Enoc Guadamuz**
- 42. Melvin Ortez**
- 43. Rubin Francisco Centeno**

2.39. Determine: a) el valor de  $\alpha$  requerido si la resultante de las tres fuerzas que se muestran es vertical y b) la magnitud correspondiente de la resultante.

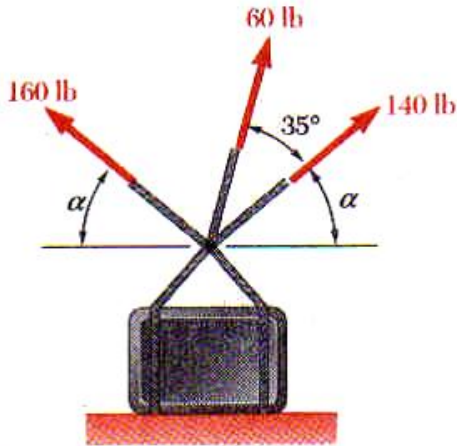


Figura P2.38 y P2.39

	$F_x$ (lb)	$F_y$ (lb)
$F_1=100\text{lb}$	$140 \text{ Cos}\alpha$	$140 \text{ Sen}\alpha$
$F_2=60 \text{ lb}$	$60 \text{ Cos}(\alpha+35^\circ)$	$60 \text{ Sen}(\alpha+35^\circ)$
$F_3=160 \text{ lb}$	$-160 \text{ Cos}\alpha$	$160 \text{ Sen}\alpha$

$$R_y = \sum F_y = 140. \text{Cos}\alpha + 60 \text{ Cos}(\alpha + 35^\circ) - 160. \text{Cos}\alpha$$

$$R_x = \sum F_x = 140. \text{Sen}\alpha + 60. \text{Sen}(\alpha + 35^\circ) + 160. \text{Sen}\alpha$$

$$\sum F_x = \text{Sen}\alpha (140 + 60) + 60. \text{Sen}(\alpha + 35^\circ)$$

$$\sum F_x = 300. \text{Sen}\alpha + 60(\text{Sen}\alpha + 35^\circ)$$

$$R_x = \sum F_x = 0$$

$$140. \text{Cos}\alpha + 60 \text{ Cos}(\alpha + 35^\circ) - 160. \text{Cos}\alpha = 0$$

$$\text{Cos}\alpha(140 - 160) + 60 \text{ Cos}(\alpha + 35^\circ) = 0$$

$$-20. \text{Cos}\alpha + 60(\text{Cos}(\alpha + 35^\circ) - \text{Sen}(\alpha + 35^\circ)) = 0$$

$$60. \text{Cos}\alpha. \text{Cos}35^\circ - 60. \text{Sen}\alpha. \text{Sen}35^\circ = 20. \text{Cos}35^\circ$$

$$-60. \text{Sen}\alpha. \text{Sen}35^\circ = 20. \text{Cos}35^\circ - 60. \text{Cos}\alpha. \text{Cos}35^\circ$$

$$-60. \text{Sen}\alpha. \text{Sen}35^\circ = 20. \text{Cos}\alpha. (1 - 3\text{Cos}35^\circ)$$

$$\frac{-60. \text{Sen}\alpha. \text{Sen}35^\circ}{\text{Cos}\alpha} = 20. (1 - 3\text{Cos}35^\circ)$$

$$-60. \text{Sen}35^\circ \left( \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}\alpha} \right) = 20. (1 - 3\text{Cos}35^\circ)$$

$$\text{Tan}\alpha (-60. \text{Sen}35^\circ) = 20. (1 - 3\text{Cos}35^\circ)$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{20. (1 - 3\text{Cos}35^\circ)}{-60. \text{Sen}35^\circ}$$

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{1 - 3\text{Cos}35^\circ}{-3. \text{Sen}35^\circ} \right)$$

$$\alpha = 40.3^\circ$$

Fuerza	$F_x$ (lb)	$F_y$ (lb)
$F_1$	$140 \cos 40.3^\circ = 106.8$	$140 \sin 40.3^\circ = 90.5$
$F_2$	$60 \cos(40.3^\circ + 35^\circ) = 15.2$	$60 \sin(40.3^\circ + 35^\circ) = 58$
$F_3$	$-160 \cos 40.3^\circ = -122$	$160 \sin 40.3^\circ = 103.4$
	$R_x = \sum F_x = 0$	$R_y = \sum F_y = 251.9$

$$\vec{F}_R = 0i + 251.9j$$

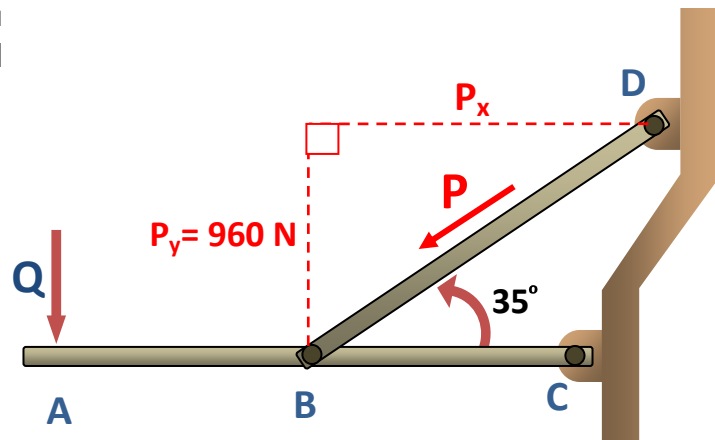
$$|\vec{F}_R| = \sqrt{(0)^2 + (251.9)^2}$$

$$|\vec{F}_R| = 251.9 \approx 252 \text{ lb}$$

$$\theta = 90^\circ$$

2.26. El elemento BD ejerce sobre el miembro ABC una fuerza P dirigida a lo largo de la línea BD. Si P tiene una componente vertical de 960 N, determine:

- La magnitud de la fuerza
- Su componente horizontal



$$a) \sin 35^\circ = \frac{960 \text{ N}}{P}$$

$$P = \frac{960 \text{ N}}{\sin 35^\circ}$$

$$P = 1673.7 \text{ N}$$

$$b) \tan 35^\circ = \frac{960 \text{ N}}{P_x}$$

$$P_x = \frac{960 \text{ N}}{\tan 35^\circ}$$

$$P_x = 1371.02 \text{ N}$$

2.31 Determine la resultante de las tres fuerzas del problema 2.24.

✚ Calculemos los ángulos  $\alpha, \beta, \gamma$ :

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{225}{120}\right) \Rightarrow \alpha = 61.9275^\circ$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{200}{210}\right) \Rightarrow \beta = 43.6028^\circ$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{70}{240}\right) \Rightarrow \gamma = 16.2602^\circ$$

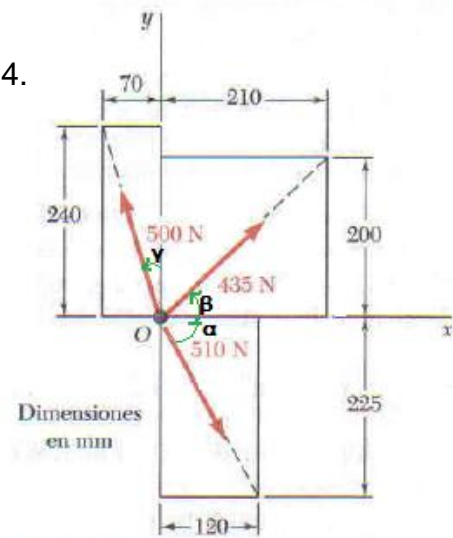


Figura P2.24

✚ Ahora, hallamos las componentes de cada una de las fuerzas.

FUERZA (N)	Componente $F_x$ (N)	Componente $F_y$ (N)
$F_1 = 510$	$510(\cos \alpha) = 240$	$-510(\sin \alpha) = -450$
$F_2 = 435$	$435(\cos \beta) = 315$	$435(\sin \beta) = 300$
$F_3 = 500$	$-500(\sin \gamma) = -140$	$-500(\cos \gamma) = -480$
<b>R</b>	<b><math>R_x = 415</math></b>	<b><math>R_y = 330</math></b>

✚ El vector Fuerza Resultante es:

$$\mathbf{R} = (415 \text{ N})\mathbf{i} + (330 \text{ N})\mathbf{j}$$

✚ La magnitud y la dirección de la resultante serán:

$$R = \sqrt{(415)^2 + (330)^2} \approx 530 \text{ N.}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) \Rightarrow \theta \approx 38.5^\circ$$

2.30 El alambre  $BD$  ejerce sobre el poste telefónico  $AC$  una fuerza  $\mathbf{P}$  dirigida a lo largo de  $BD$ . Si se sabe que  $\mathbf{P}$  tiene una componente de  $200\text{N}$  perpendicular al poste  $AC$ , determine: a) La magnitud de la fuerza  $\mathbf{P}$ , y b) Su componente a lo largo de la línea  $AC$ .

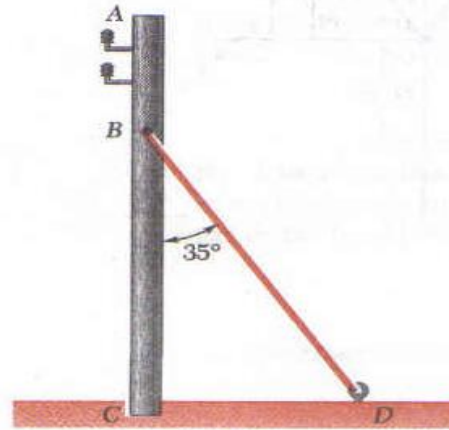
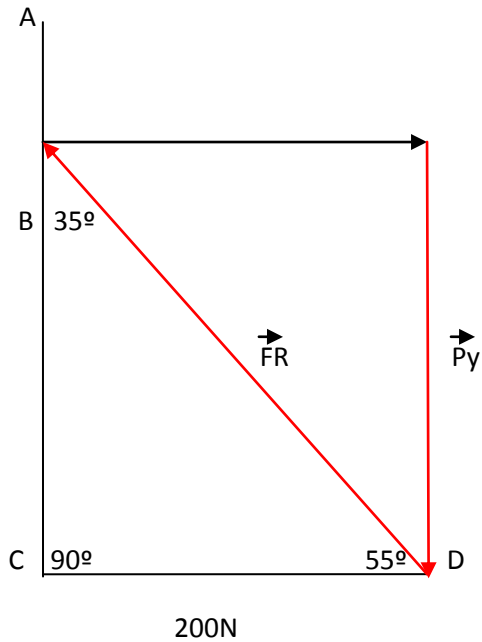


Figura P2.29 y P2.30

a) Para la componente  $P_y$

$$\frac{\text{Sen}35^\circ}{200\text{N}} = \frac{\text{Sen}55^\circ}{F_y}$$

$$F_y = \frac{200\text{N}\text{Sen}55^\circ}{\text{Sen}35^\circ}$$

$$F_y = 198.9\text{N}$$

b) Para la Magnitud de la Fuerza  $\mathbf{P}$

$$FR = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$FR = \sqrt{(200\text{N})^2 + (189.9)^2}$$

$$FR = 282\text{N}$$

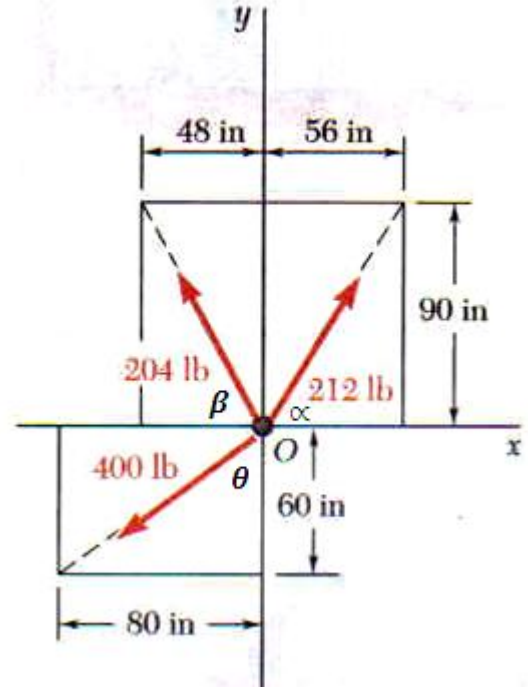
2.23) Determine las componentes X y Y de cada una de las fuerzas mostradas

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{90}{56} = 58.11^\circ$$

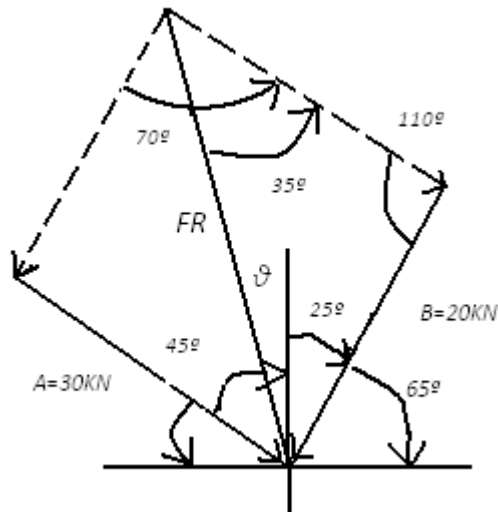
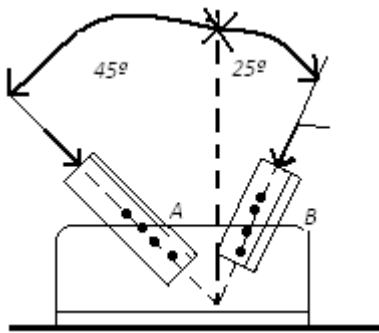
$$\beta = \tan^{-1} \frac{90}{48} = 61.93^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{80}{60} = 53.13^\circ$$

Fuerza	F <sub>x</sub>	F <sub>y</sub>
212 lb	212 Cos 58.11° = 112 lb	212 Sen 58.11° = 180 lb
204 lb	- 204 Cos 61.93° = -96 lb	204 Sen 61.93° = 180 lb
400 lb	- 400 Sen 53.13° = -320 lb	- 400 Cos 53.13° = -240 lb



Ejercicio 2.19 Los elementos estructurales A y B están remachados al apoyo mostrado en la figura. Si se sabe que ambos elementos están en compresión y que la fuerza en el elemento A es de 30 kN y en el elemento B es de 20 kN, Determine por trigonometría la magnitud y la dirección de la resultante de las fuerzas aplicadas al apoyo por los elementos A y B.



$$\theta = 90 - (45+35)$$

$$\theta = 10^\circ$$

$$\frac{\text{Sen } 35^\circ}{20\text{KN}} = \frac{\text{Sen } 110^\circ}{FR} \implies FR = \frac{\text{Sen } 110^\circ(20\text{KN})}{\text{Sen } 35^\circ} = FR = 32.76 \text{ KN}$$

Para el gancho del problema 2.11. Determine por trigonometría la magnitud y la dirección de la resultante de las dos fuerzas aplicadas en el gancho, conociendo que  $P = 10\text{lb}$  y  $\alpha = 40^\circ$ .

$$\sum F_X = -20 \cos 30^\circ - 10 \cos 40^\circ$$

$$\sum F_X = -24.98\text{lbs}$$

$$\sum F_Y = 20 \sin 30^\circ - 10 \sin 40^\circ$$

$$\sum F_Y = 3.572\text{lbs}$$

$$\rightarrow F = \sqrt{[(-24.981\text{lbs})^2 + (3.572\text{lbs})^2]}$$

$$\rightarrow F = 25.235\text{lbs}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{3.572}{-24.982} \right|$$

$$\theta = 8.14^\circ$$

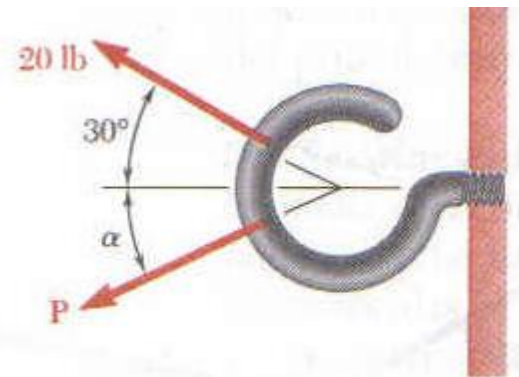
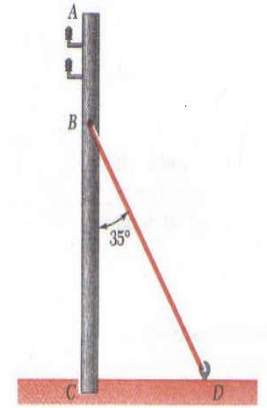
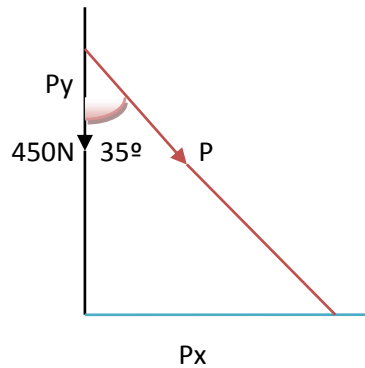
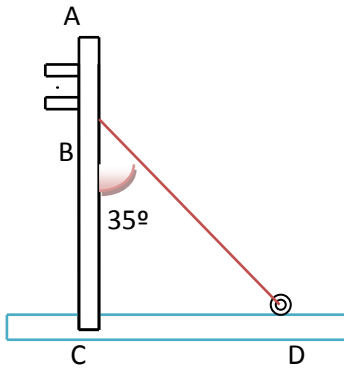


Figura P2.11



El alambre BD ejerce sobre el poste telefónico AC una fuerza P dirigida a lo largo de BD. Si p tiene una fuerza componente de 450N a lo largo de la línea AC. Determine:

✚ La magnitud de la fuerza P. Su componente en una dirección perpendicular AC.



$$P_Y = 450N$$

$$\alpha = 35^\circ$$

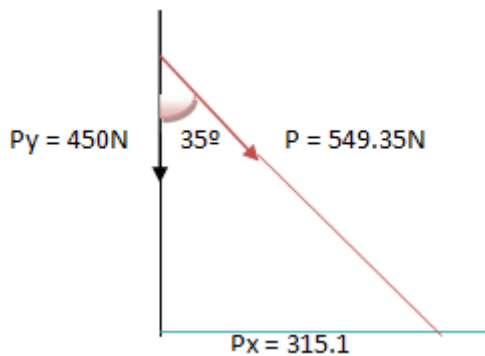
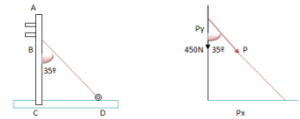
$$\cos \alpha = \frac{450N}{P}$$

$$P = \frac{450N}{\cos 35^\circ}$$

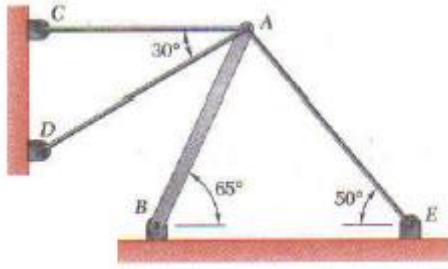
$$P = 549.35N$$

$$P_X = \sqrt{[(549.35)^2 - (450)^2]}$$

$$P_X = 315.1$$



2.41- El aguilón AB esta sostenido en la posición mostrada por tres cables .si la tensión en los cables ACy AD son respectivamente de 4Kn y 5.2 kn, determine a) la tensión en el cable AE si la resultante de las tensiones ejercidas en el punto A del aguilón debe estar dirigida a lo largo de AB y b) La magnitud correspondiente de la resultante.



Tensión en el cable AE;  $\frac{\text{sen } 65^\circ}{8.89\text{kN}} = \frac{\text{sen } 48^\circ}{FAE} = \frac{\text{sen } 48^\circ(8.89)}{\text{sen } 65} = \underline{\underline{7.29\text{KN}}}$

Fuerza ACx = -4 kN    fuerza ADx = 5.2kn(cos 30) = **-4.503 kn**

Fuerza ACy = 0    fuerza ADy = 5.2kn(sen 30) = -2.6kn

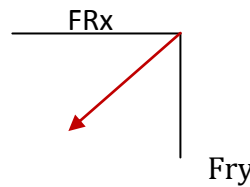
Fuerza resultante en X

FRx = -8.503 Kn

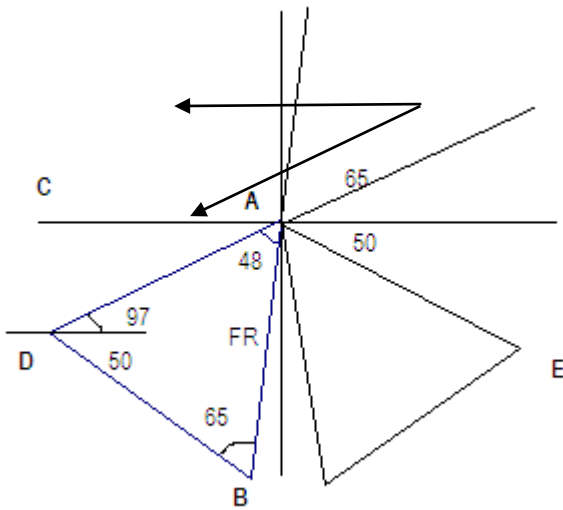
FRy = -2.6 Kn

FR1 =  $\sqrt{8.503\text{kn}^2 + 2.6\text{kn}^2} = 8.89 \text{ n} = \text{kn}$

$\Theta = \tan^{-1} \frac{FRy}{FRx} = \frac{2.6}{8.503} = 17^\circ$

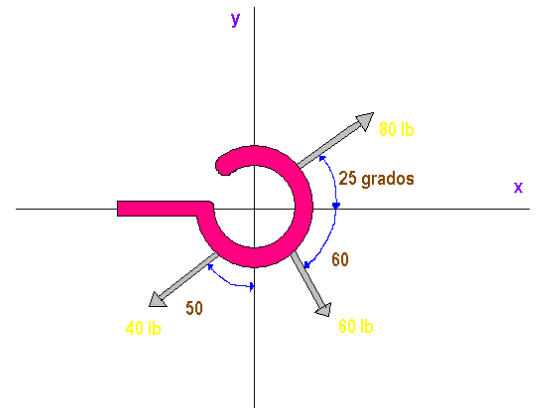


$\frac{\text{sen } 65^\circ}{8.89\text{kN}} = \frac{\text{sen } 67^\circ}{FR} = \frac{\text{sen } 67^\circ(8.89)}{\text{sen } 65} = \underline{\underline{9.03\text{Kn}}}$



2.22 Determine las componentes X y Y de cada una de las fuerzas mostradas.

uerza	Componente X f(x)	Componente f(y)
f <sub>1</sub>	80 cos 25°	80 sen 25°
f <sub>2</sub>	60 cos 60°	-60 sen 60°
f <sub>3</sub>	-40 cos 50°	-40 sen 50°



DETERMINE LAS FUERZAS RESULTANTE

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{90 \text{ in}}{56 \text{ in}} = 58.1^\circ$$

$$f_{1x} = (\cos 58.1^\circ)(212 \text{ lb}) = 112.02 \text{ lb}$$

$$f_{1y} = (\sin 58.1^\circ)(212 \text{ lb}) = 179.98 \text{ lb}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{60 \text{ in}}{80 \text{ in}} = 36.86^\circ$$

$$f_{3x} = (\cos 36.86^\circ)(400 \text{ lb}) = -320.04 \text{ lb}$$

$$f_{3y} = (\sin 36.86^\circ)(400 \text{ lb}) = -239.94 \text{ lb}$$

$$F_R = \sqrt{(-304.1)^2 + (119.94)^2} = 326.89 \text{ lb}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{90 \text{ in}}{48 \text{ in}} = 61.9^\circ$$

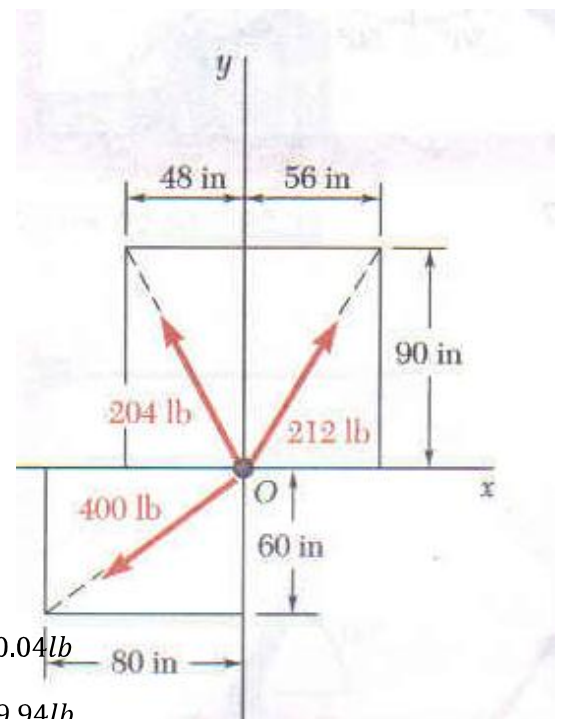
$$f_{2x} = (\cos 61.9^\circ)(204 \text{ lb}) = -96.0816$$

$$f_{2y} = (\sin 61.9^\circ)(204 \text{ lb}) = 179.9 \text{ lb}$$

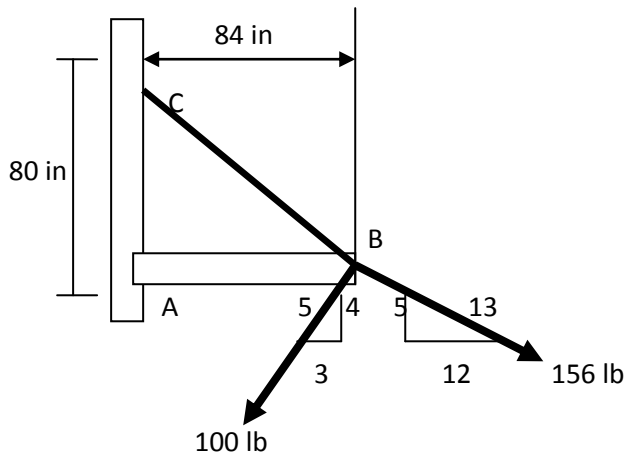
$$F_{RX} = (112.02 \text{ lb} - 96.08 \text{ lb} - 320.04 \text{ lb}) = -304.1$$

$$F_{RY} = (179.98 \text{ lb} + 179.9 \text{ lb} - 239.94 \text{ lb}) = 119.94$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{119.94}{-304.1} = 21.52^\circ$$



2.40 Para la viga del problema 2.37 determine: a) la tensión requerida en el cable BC si la resultante de las tres fuerzas ejercidas en el punto B es vertical y, b) la magnitud correspondiente de la resultante.



**x**

$$156 * \left(\frac{12}{13}\right) = 144$$

$$-100 * \left(\frac{3}{5}\right) = -60$$

$$Bcx = Bc * \left(\frac{84}{116}\right) = ?$$

**y**

$$-156 * \left(\frac{5}{13}\right) = -60$$

$$-100 * \left(\frac{4}{5}\right) = -80$$

$$Bcy = Bc * \left(\frac{80}{116}\right) = ?$$

$$144 - 60 + Bc * \left(\frac{84}{116}\right) = 0 \quad \text{despejamos } Bc$$

$$Bc = (60 - 144) * \left(\frac{116}{84}\right)$$

$$\mathbf{Bc = -116lb}$$

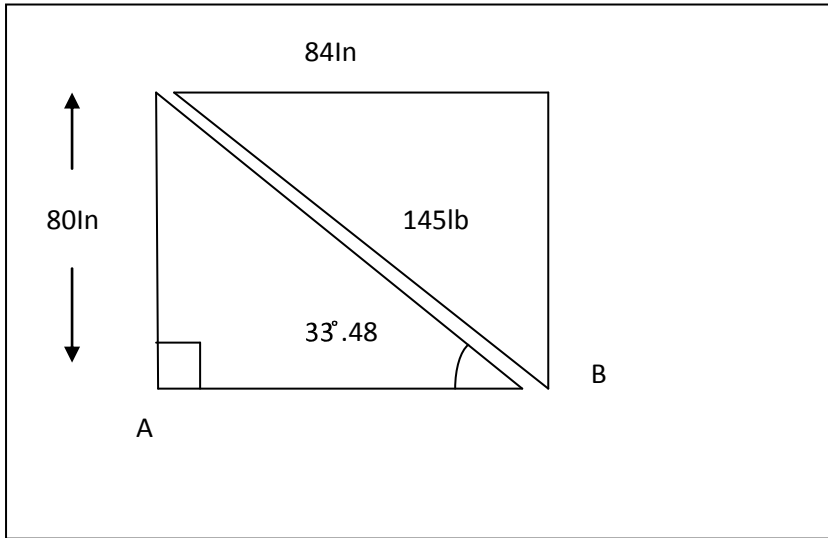
*Sustituimos Bc*

$$Bcx = -116lb * \left(\frac{84}{116}\right) = -84lb \quad Bcy = -116lb * \left(\frac{80}{116}\right) = 80lb$$

$$Fr = \sqrt{(0)^2 + (-60)^2}$$

$$\mathbf{Fr = 60 lb}$$

2.37 Si la tensión en el cable BC es de 145lb, determine la resultante de las fuerzas ejercidas en el punto B de la viga AB



$$\sin \theta = \frac{80}{145} \quad \theta = 33.48^\circ$$

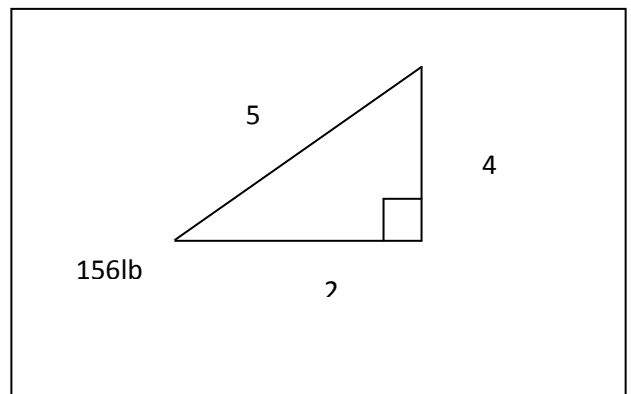
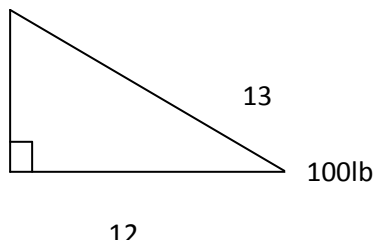
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(\sqrt{(84)^2 + (80)^2}\right) = c$$

$$c = 16$$

1-

2-



$$1- \quad fr = 80\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\sin \infty \left(-\frac{4}{5}\right) = 53.13^\circ$$

$$\frac{\sin \infty}{100} = \frac{\sin -53.13^\circ}{149.45}$$

$$\infty = \sin^{-1} \left[ \frac{100 \sin 53.13^\circ}{149.45} \right] = 32.36^\circ$$

$$2- \quad fr = 84\left(\frac{5}{13}\right)$$

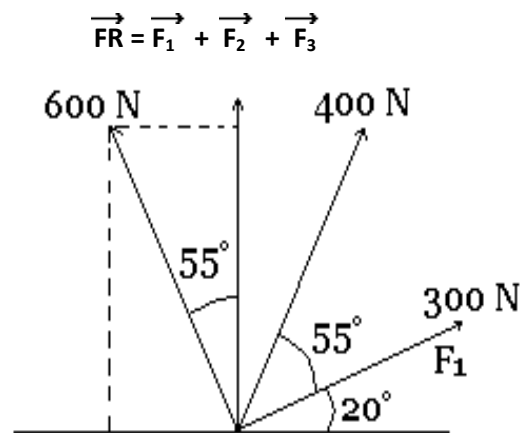
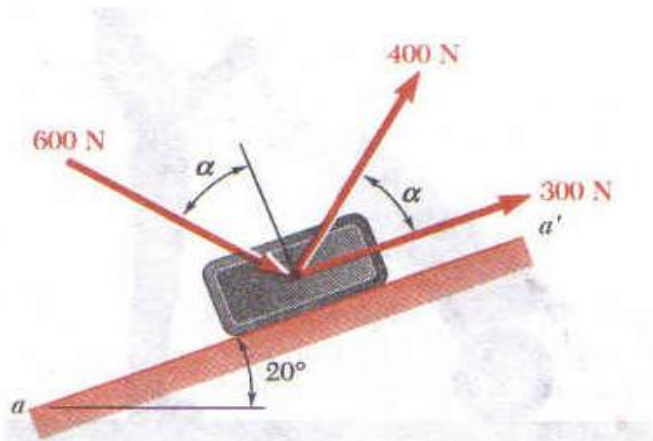
$$\cos \infty = \left(\frac{5}{13}\right) = 67.38^\circ$$

Las fuerzas resultantes ejercidas sobre el punto B:

$$frB = \sqrt{(156)^2 + (100)^2} - 2(150)(100) \cos 67.38^\circ$$

$$frB = 149.45$$

**2.35-** Si se sabe que  $\alpha = 35^\circ$ , determine la resultante de las tres fuerzas mostradas en figura siguiente.



Fuerza	Componente Fx (N)	Componente Fy (N)	Fx	Fy
$F_1$	$F_{1X} = 300\text{ N} \cos 20^\circ$	$F_{1Y} = 300\text{ N} \sin 20^\circ$	281.90 N	102.60 N

$F_2$	$F_{2X} = 400 \text{ N Cos } 55^\circ$	$F_{2Y} = 400 \text{ N Sen } 55^\circ$	229.43 N	327.66 N
$F_3$	$F_{3X} = 600 \text{ N Cos } 55^\circ$	$F_{3Y} = -600 \text{ N Cos } 55^\circ$	491.49 N	-344.14 N

**1. Resultante de la F en X**

$$FR_x = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X}$$

$$FR_x = 1,002.82 \text{ N}$$

$$|\vec{FR}| = \sqrt{(FR_x)^2 + (FR_y)^2}$$

$$|\vec{FR}| = 1006.51 \text{ N}$$

**2. Resultante de la F en Y**

$$FR_y = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y}$$

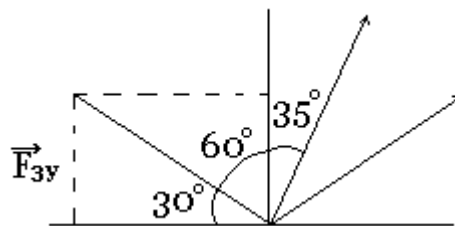
$$FR_y = 86.12 \text{ N}$$

**Notación vectorial**

$$\vec{F}_1 = 281.90 \text{ i} + 102.60 \text{ j}$$

$$\vec{F}_2 = 229.43 \text{ i} + 327.66 \text{ j}$$

$$\vec{F}_3 = 491.49 \text{ i} - 344.14 \text{ j}$$



Dos cuerdas se encuentran a tensión. Si sus magnitudes son TAB= 120 lb y TAD = 40 lb.

Determine la componente.

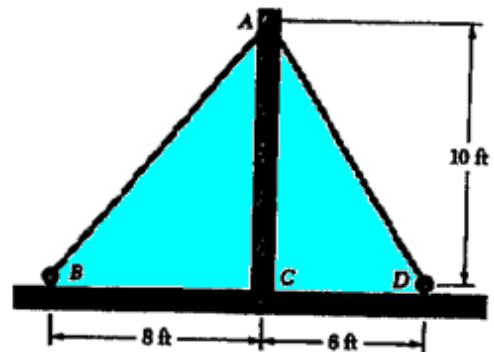
$$\theta = \tan^{-1} \frac{8}{10} = 38.6^\circ$$

$$F_x = -120 \sin 38.6 + 40 \sin 38.6 = -49.91 \text{ Lb}$$

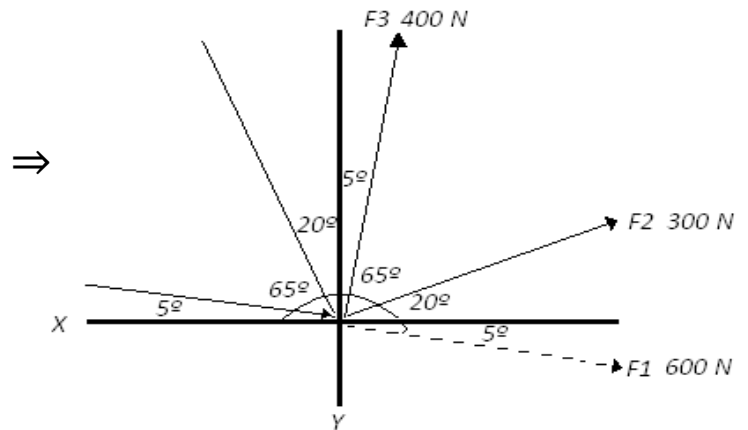
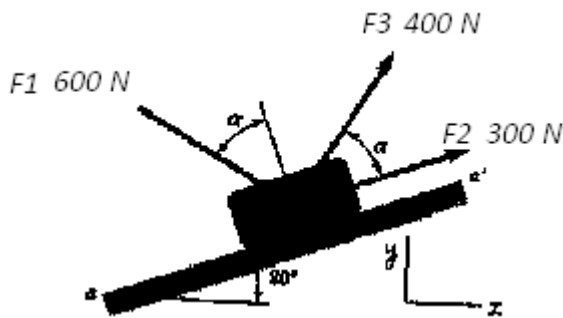
$$F_y = -120 \cos 38.6 - 40 \cos 38.6 = -125 \text{ Lb}$$

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$R = \sqrt{(-125)^2 + (-49.91)^2} = 134.6 \text{ Lb}$$



**Ejercicio 2.36:** Si se sabe que  $\alpha=65^\circ$ , determine la resultante de las tres fuerzas mostradas.



$$F1x = 600 \text{ N} (\cos 5^\circ) = 597.7168 \text{ N} (+)$$

$$F2x = 300 \text{ N} (\cos 20^\circ) = 281.9077 \text{ N} (+)$$

$$F1y = 600 \text{ N} (\text{sen } 5^\circ) = 52.2934 \text{ N} (-)$$

$$F2y = 300 \text{ N} (\text{sen } 20^\circ) = 102.606 \text{ N} (+)$$

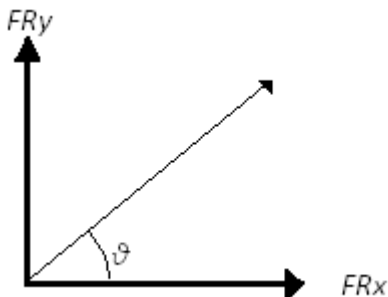
$$F3x = 400 \text{ N} (\text{sen } 5^\circ) = 34.8622 \text{ N} (+)$$

$$F3y = 400 \text{ N} (\cos 5^\circ) = 398.4778 \text{ N} (+)$$

$$\Rightarrow FRx = F1x + F2x + F3x = 597.7168 + 281.9077 + 34.8622 = 914.4867 \text{ N}$$

$$\Rightarrow FRy = F1y + F2y + F3y = -52.2934 + 102.606 + 398.4778 = 448.7904 \text{ N}$$

$$FR = \sqrt{FRx^2 + FRy^2} = \sqrt{(914.4867 \text{ N})^2 + (448.7904 \text{ N})^2} = 1,018.67 \text{ N} \approx \mathbf{1,019 \text{ N}}$$



$$\vartheta = \tan^{-1} \frac{FRy}{FRx} = \tan^{-1} \left( \frac{448.7904 \text{ N}}{914.4867 \text{ N}} \right) = \mathbf{26.1^\circ}$$