01

Fuerzas y vectores. Equilibrio de la partícula

En esta ilustración puedes ver una grúa alzando un contenedor.

La fuerza que ejerce la grúa a través del cable para levantar el contenedor, su desplazamiento, la temperatura ambiente y el tiempo durante el cual transcurre la acción, se llaman *magnitudes*. Pero ni las cuatro magnitudes tienen el mismo carácter ni pueden ser expresadas de la misma manera.

¿Sabes expresar posibles valores de estas cuatro magnitudes, en esta situación, y explicar qué significan? ¿Sabrías decir qué magnitudes son escalares y cuáles vectoriales, y por qué?

1.1 Introducción a la mecánica

En tecnología, y más concretamente en los procesos de ingeniería, cuando hay que diseñar una máquina o una estructura determinada debemos, en primer lugar, hacer un estudio de todas las fuerzas o movimientos que resultarán de su funcionamiento. Esto nos permite determinar tanto su geometría para originar los movimientos deseados, como los materiales más adecuados para soportar las fuerzas, y garantizar así un buen funcionamiento de la máquina o estructura. Y es en todo esto donde la mecánica interviene decisivamente.

Pero, ¿qué es la mecánica? La mecánica es la ciencia que describe y que intenta predecir las condiciones de reposo o de movimiento de los cuerpos sometidos a la acción de fuerzas.

Es, pues, una ciencia física, puesto que los movimientos y las fuerzas son fenómenos físicos.

Todo esto implica que cuando estudiemos fuerzas y movimientos, lo tendremos que asimilar ipso facto a la física. El enfoque de la materia, no obstante, es diferente del que se hace en la física, aunque parta de los mismos conceptos. Dentro de la mecánica se estudian los fundamentos teóricos que permiten diseñar máquinas, mecanismos o cualquier otro dispositivo de transformación de fuerzas o movimientos.

@

- http://mecfunnet.faii.etsii.upm.es
- http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm

Los cuerpos pueden ser sólidos, líquidos o gaseosos. Por ello, dividimos la mecánica en dos partes: **la mecánica de los sólidos indeformables o sólidos rígidos** y **la mecánica de fluidos**. A su vez, cada una de estas partes se subdivide en otras dos: **la estática** y **la dinámica**. La primera estudia los cuerpos en reposo, mientras que la segunda se ocupa de los cuerpos en movimiento.

Sin embargo, no hay que olvidar que, en la práctica, no existen los sólidos indeformables, ya que todos se deforman bajo la acción de las fuerzas. No obstante, muchas veces las deformaciones son pequeñas y no afectan a sus condiciones de equilibrio o de movimiento, y por eso se parte inicialmente de la idea de sólido indeformable. Ahora bien, en un segundo paso habrá que tenerlas en cuenta, si queremos garantizar que las deformaciones no pondrán en peligro la resistencia de la máquina o estructura ni provocar su rotura. La **elasticidad y resistencia de materiales** son una parte más de la mecánica, que predicen cómo deben ser los materiales, su forma y naturaleza, y las deformaciones que sufren éstos bajo la acción de las fuerzas, y cuyo fin es el prevenir roturas o deformaciones peligrosas.

Por todo ello, hemos dedicado las primeras unidades a la estática y a introducir la resistencia de materiales. Las unidades centrales las dedicamos al estudio de la cinemática de mecanismos y a la dinámica. Las últimas unidades las hemos dedicado a la mecánica de fluidos y a algunas de sus aplicaciones más interesantes: la neumática y la oleohidráulica. Ahora, sin embargo, hay que empezar por el principio y ponernos a estudiar las fuerzas: qué son, cómo las representamos y cómo deben actuar para determinar las condiciones de equilibrio.

Actividades

1> Determina el material y la forma de una pieza en función de si puede resistir sin deformaciones excesivas unas fuerzas determinadas, ¿a qué ámbito de la mecánica pertenece? ¿Y el estudio de las fuerzas que actúan en este caso?

2> El estudio de la estática y la dinámica de los fluidos también forma parte de la mecánica. Nombra dos máquinas o mecanismos y dos instalaciones donde, según tu criterio, haga falta hacer un estudio de mecánica de fluidos en el diseño.

1.2 Magnitudes escalares y magnitudes vectoriales

Si nos preguntan cuál es la temperatura de una habitación podemos responder, si lo sabemos, que la temperatura es de 21 °C. La respuesta indicada será suficiente. Esto es así porque la temperatura es una **magnitud escalar**. Sin embargo, no todas las magnitudes pueden ser expresadas indicando meramente el valor numérico y las unidades correspondientes. Imaginemos que estamos paseando por la calle y alguien nos pregunta dónde está cierto comercio (figura 1.1); no podemos responder diciendo simplemente: «a 500 m de aquí». Habrá que indicar, además, si está más adelante o hacia atrás, a la derecha o a la izquierda. La posición de la tienda respecto de donde estamos nosotros en un momento determinado es una **magnitud vectorial**, ya que no basta con indicar el valor de la magnitud y las unidades correspondientes. Las magnitudes vectoriales se expresan, pues, mediante **vectores**.

>>

Los **vectores** son modelos matemáticos que se utilizan para expresar y representar magnitudes vectoriales, en las que no basta solamente con indicar un valor numérico.

Se representan gráficamente mediante segmentos rectilíneos acabados en flecha, tal y como se muestra en la figura 1.2, donde se observan además los cuatro parámetros fundamentales:

- El módulo o intensidad.
- La dirección.
- El sentido.
- El punto de aplicación.

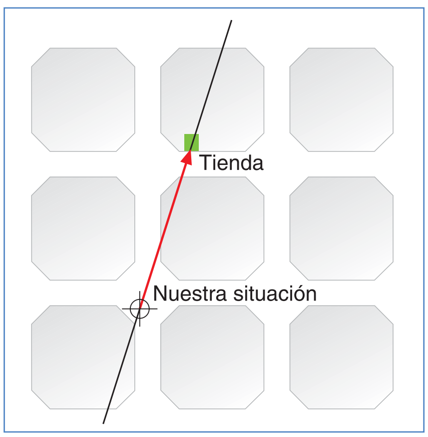


Fig. 1.1. *La posición de la tienda respecto de donde nos encontramos es una magnitud vectorial.*

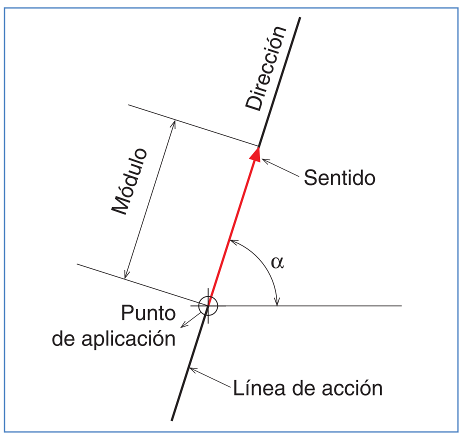


Fig. 1.2. *Representación gráfica de un vector.*

- El **módulo** o **intensidad** de un vector indica el valor numérico, siempre positivo, que cuantifica el número de unidades de la magnitud que representa. Así, para una distancia de 500 m, el número 500 sería su módulo. En la representación gráfica la longitud del segmento rectilíneo debe ser proporcional al módulo. Por ello, normalmente se establece una escala de representación. Por ejemplo, si decimos que 50 m equivalen a un centímetro, entonces la longitud del vector para la distancia indicada de 500 m sería de 10 cm.

- La **dirección** o línea de acción es la recta en la que se sitúa el vector. Puede ser horizontal, vertical, inclinada, etcétera.

- El **sentido** nos indica la orientación del vector dentro de la línea de acción, y queda indicado por la flecha.
- El **punto de aplicación** corresponde al punto, también dentro de la línea de acción, donde actúa el vector.

▶▶▶ Nomenclatura

A lo largo de este libro y para no confundir las magnitudes escalares con las vectoriales, utilizaremos la siguiente nomenclatura:

- Cuando se trate de una magnitud vectorial, es decir, de un vector, lo expresaremos con una flecha encima: $\vec{F}$, $\vec{V}$, etcétera.
- El módulo de un vector se escribe normalmente $|\vec{F}|$, $|\vec{V}|$, etc. Sin embargo, en este libro utilizaremos la notación F, V, etcétera.
- Cuando se trate de una magnitud escalar lo haremos igual que si se tratara del módulo de un vector: F, V, etcétera.

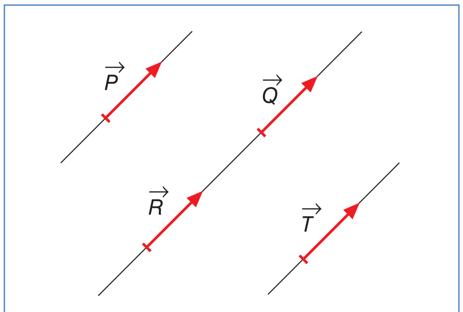


Fig. 1.3. *Vectores equipolentes.*

▶▶▶ Tipos de vectores: fijos, deslizantes y libres

Según la naturaleza de la magnitud vectorial que representen, los vectores pueden ser de tres tipos: fijos, deslizantes y libres.

Los **vectores fijos** son aquellos que tienen el punto de aplicación unido a una determinada posición, como la velocidad o la aceleración de un punto móvil.

Los **vectores deslizantes** son aquellos en que el punto de aplicación puede desplazarse sobre cualquier otro punto de su línea de acción, sin que cambien los efectos de la magnitud física que representan. Por ejemplo, las fuerzas aplicadas a cuerpos sólidos, que estudiaremos en el punto siguiente.

Los **vectores libres** son aquellos en que el punto de aplicación puede trasladarse a cualquier posición, siempre que se mantenga la dirección paralela. Como veremos más adelante, los momentos y los pares son vectores libres. Muchas veces, sin embargo, se trabaja con vectores libres y se considera que dos vectores que tienen mismo módulo, mismo sentido y direcciones paralelas son iguales o **equipolentes** (figura 1.3).

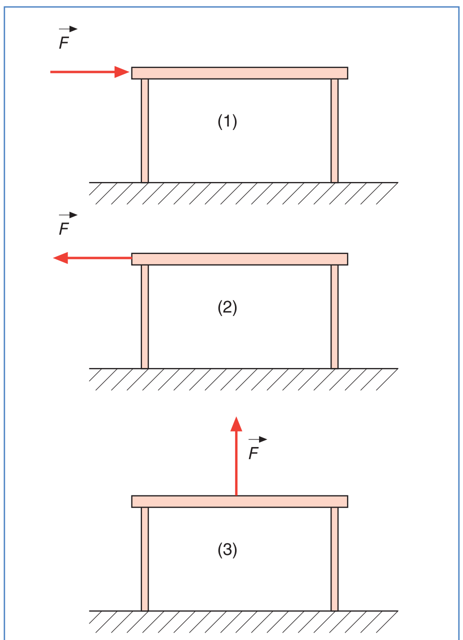


Fig. 1.4. *Acciones de las fuerzas sobre los cuerpos.*

▶▶▶ Identificación de las fuerzas como vectores. Unidades

Cada día vemos y tocamos multitud de objetos. Los vemos situados en un lugar concreto, los cogemos para utilizarlos, los movemos, etc. Lo cual implica un contacto de los objetos entre sí o con nosotros, que provoca su movimiento o bien simplemente el reposo.

Las acciones que actúan sobre los cuerpos y que provocan su movimiento o reposo se llaman ***fuerzas***.

Las acciones, sin embargo, también pueden ser ejercidas a distancia, sin que haya contacto físico entre dos cuerpos. Éste es el caso de los imanes.

Las fuerzas son magnitudes vectoriales, ya que no basta con definir el valor con un número y las unidades correspondientes. Así, vemos que una misma fuerza, según cómo se aplique, puede provocar efectos muy diferentes. En la figura 1.4 se muestra una fuerza que actúa sobre una mesa. En el primer caso puede provocarle un movimiento hacia la derecha; en el segundo, hacia la izquierda; en el tercero puede, incluso, llegar a levantarla, si es mayor que el peso de la mesa.

- En el caso de la fuerza aplicada en el ejemplo de la mesa, la dirección sería la línea horizontal en los dos primeros casos, y la línea vertical en el tercero.

- En el primer caso el sentido es la dirección horizontal hacia la derecha; en el segundo, la misma dirección hacia la izquierda; en el tercero, la dirección vertical hacia arriba.
- El punto de aplicación sería en la mesa, en la arista o debajo, etcétera.

Por otra parte, también es importante matizar que, aun cuando las fuerzas pueden actuar en el espacio, que tiene tres dimensiones; aquí trataremos las fuerzas en el plano, es decir, en un sistema de dos dimensiones.

▶▶▶ Unidades

La unidad de fuerza en el sistema internacional es el **newton** (N). El newton se define como la fuerza que hay que aplicar a una masa de un kilogramo (kg) para que adquiera una aceleración de un metro por segundo cada segundo (m/s^2).

En unidades del sistema internacional el newton se expresa de la siguiente manera:

$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Se emplean, además, otras unidades. Es frecuente la utilización del kilogramo fuerza o kilopondio (kp), la libra (lb), etc. En la tabla 1.1 encontrarás las equivalencias entre unas y otras.

Es conveniente que sepas pasar de un tipo de unidad a otra, mediante la utilización de factores de conversión.

Unidad	Equivalencia
1 newton (N)	1 newton (N)
1 kilonewton (kN)	1 000 N
1 kilopondio (1 kp)	9,8 N
1 tonelada fuerza (1 tn)	1 000 kp
1 libra (lb)	0,454 kp
1 libra (lb)	4,448 N

Tabla 1.1. *Equivalencias entre unidades.*

Ejemplo 1

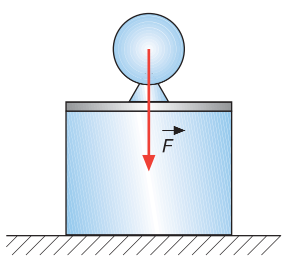


Fig. 1.5

El peso de la figura 1.5 puede ser representado por una fuerza $\vec{F}$ de módulo 100 N; exprésala en kp, tn, lb y kN.

Solución

$$100\ \text{N} \cdot \frac{1\ \text{kp}}{9{,}8\ \text{N}} = \mathbf{10{,}204\ kp}$$

$$100\ \text{N} \cdot \frac{1\ \text{kp}}{9{,}8\ \text{N}} \cdot \frac{1\ \text{tn}}{1\,000\ \text{kp}} = \mathbf{0{,}010204\ tn}$$

$$100\ \text{N} \cdot \frac{1\ \text{lb}}{4{,}448\ \text{N}} = \mathbf{22{,}482\ lb}$$

$$100\ \text{N} \cdot \frac{1\ \text{kN}}{1\,000\ \text{N}} = \mathbf{0{,}1\ kN}$$

▶▶▶ Transmisividad

Las fuerzas son generalmente vectores deslizantes a los que podemos aplicar el **principio de transmisividad**.

Este principio indica que cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo, esta fuerza genera los mismos efectos sea cual sea el punto de aplicación en su línea de acción, siempre que tenga el mismo módulo y el mismo sentido.

Fíjate en la figura 1.6: los efectos que provoca la fuerza $\vec{F}$ son los mismos, tanto si tiramos de la mesa como si la empujamos, mientras apliquemos la misma fuerza en el mismo sentido y en la misma dirección.

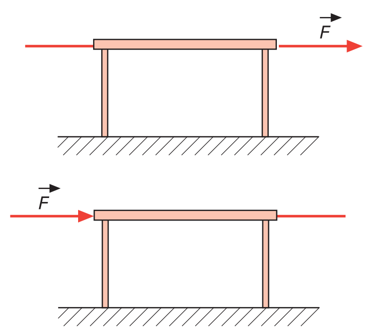


Fig. 1.6. *Principio de transmisividad.*

Actividades

3> Además de las fuerzas, ¿qué otras magnitudes podemos considerar vectoriales? Justifica tu respuesta y pon algún ejemplo donde se identifiquen claramente los cuatro parámetros fundamentales de un vector aplicados a la magnitud ejemplificada.

4> Usa los factores de conversión y expresa el valor de la izquierda en el correspondiente a las unidades indicadas a la derecha para los siguientes casos:

128 kp	N	32 678 lb	N
34 N	kp	43 765 kp	lb
35 tn	kN	85 kN	kp

1.3 Sistemas de fuerzas

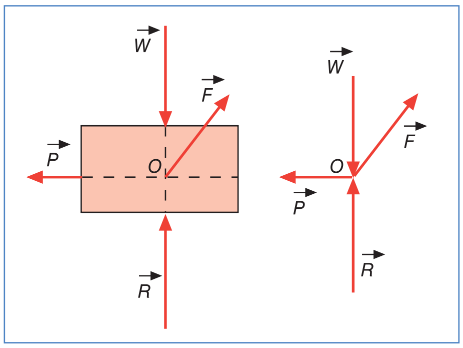


Fig. 1.7. *Reducción de un sistema a un solo punto.*

Antes de empezar a estudiar los efectos de las fuerzas sobre los cuerpos conviene diferenciar dos conceptos que en mecánica son importantes: la **partícula** y el **sólido rígido**, también llamados *punto material* y *sistema material*, respectivamente.

La **partícula** es considerada un cuerpo con una determinada masa, pero adimensional, es decir, sin dimensiones. El **sólido rígido** es, por el contrario, considerado un cuerpo con una masa determinada, en el que podemos definir dos puntos, la distancia entre los cuales se mantiene invariable sean cuales sean las fuerzas que actúen sobre él.

Para el estudio de los sistemas de fuerzas en este apartado, partiremos de su aplicación sobre una partícula o punto material, ya que simplifica su estudio. Así, si un cuerpo está sometido a diferentes fuerzas y todas pasan por un punto común, podemos reducir el sistema a un solo punto, como se muestra en la figura 1.7. Se dice entonces que las fuerzas son **concurrentes.**

A. Adición de dos fuerzas concurrentes. Regla del paralelogramo. Resultante

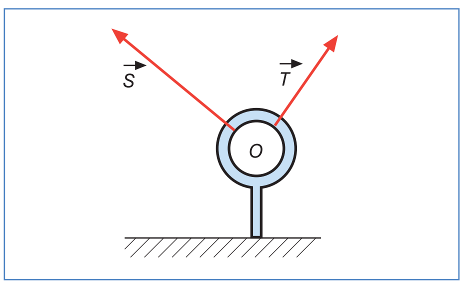


Fig. 1.8

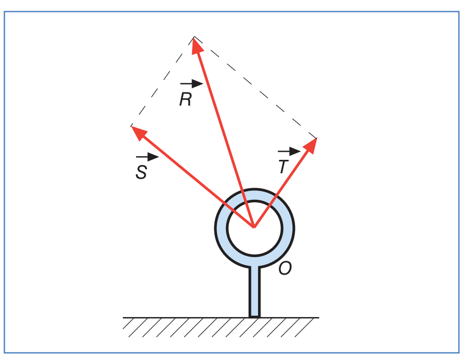


Fig. 1.9

Podemos someter cualquier partícula a más de una fuerza. Es interesante entonces saber cuál es el resultado de la acción conjunta de las diferentes fuerzas que actúan sobre la partícula. Este resultado es la **suma** o **adición** de las fuerzas, y también se llama ***resultante del sistema***.

La suma de dos o más fuerzas o vectores no se corresponde con la suma algebraica o aritmética de sus módulos. Por ejemplo, la suma de dos vectores de módulos 3 y 2 respectivamente no tiene porqué dar un vector de módulo 5, como pasa con las magnitudes escalares. Esto es así porque los vectores tienen dirección y sentido. Podemos obtener la suma o resultante de dos fuerzas de diversas maneras: gráficamente, empleando las **reglas del paralelogramo** o **del triángulo**; o bien, analíticamente.

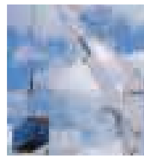
Procedimientos gráficos. Reglas del paralelogramo y del triángulo

Observemos en la figura 1.8 la anilla, que tiene atadas dos cuerdas que ejercen dos fuerzas, $\vec{S}$ y $\vec{T}$, a las que podemos considerar aplicadas en un punto o partícula *O*.

Experimentalmente se comprueba que ambas fuerzas pueden ser sustituidas por otra $\vec{R}$, que es la suma o resultante de las dos:

$$\vec{S} + \vec{T} = \vec{R}$$

Esta fuerza es la diagonal del paralelogramo que se obtiene a partir del trazado de paralelas en los extremos de las fuerzas $\vec{S}$ y $\vec{T}$, tal como se muestra en la figura 1.9.



Entonces, si aplicamos las dos fuerzas $\vec{S}$ y $\vec{T}$ obtenemos los mismos efectos sobre la partícula que si aplicamos únicamente la fuerza resultante $\vec{R}$. Este sistema para obtener la suma o resultante de dos fuerzas se conoce con el nombre de ***ley del paralelogramo***.

Ejemplo 2

Determina gráficamente, aplicando la ley del paralelogramo, la fuerza resultante de las fuerzas $\vec{T}$ y $\vec{S}$ aplicadas en la anilla O, fuerzas cuyos módulos son $T = \sqrt{10}$ N y $S = 3$ N.

Solución

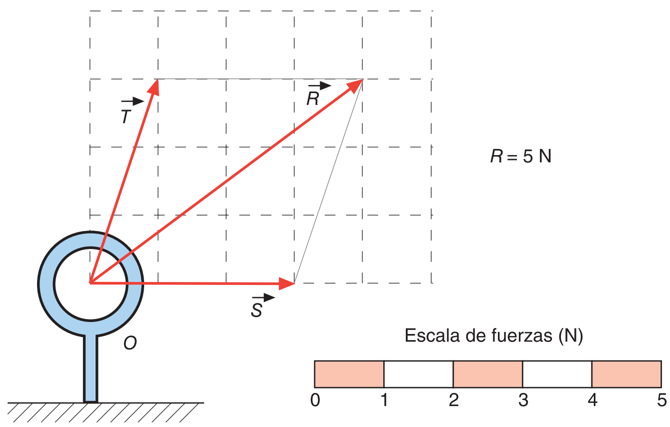


Fig. 1.10

Para obtener la suma de dos fuerzas podemos también proceder gráficamente dibujando los vectores según la llamada ***regla del triángulo.*** Esta regla consiste en dibujar a escala las dos fuerzas, una a continuación de la otra, situando el punto de aplicación de la segunda en el extremo de la primera y uniendo el punto de aplicación de la primera con el extremo de la segunda, con lo que obtenemos la representación de la resultante. El sentido de la resultante queda entonces definido haciendo coincidir el punto de aplicación de ésta con el del primer vector, y su extremo con el del último vector.

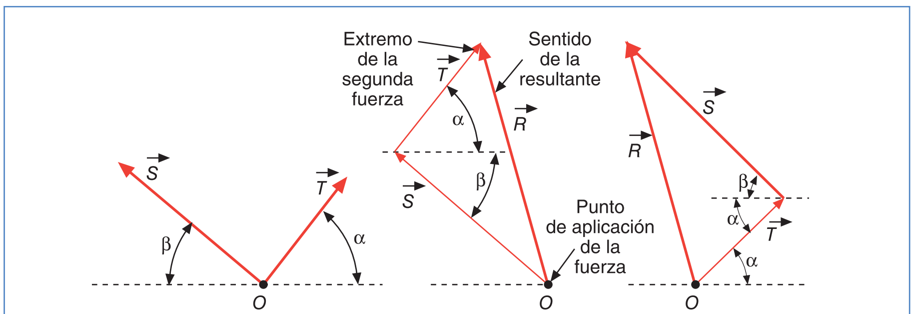
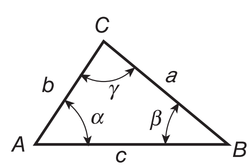


Fig. 1.11. *Regla del triángulo.*

El resultado es el mismo tanto si sumamos $\vec{S} + \vec{T}$ como si sumamos $\vec{T} + \vec{S}$, ya que la suma de vectores cumple la propiedad conmutativa.

De acuerdo con la escala de fuerzas escogida, y midiendo la longitud del segmento que define la resultante, se puede obtener el valor del módulo. Su sentido y dirección quedan expresados en el dibujo.



Teorema del seno:

$$\frac{a}{\text{sen}\ \alpha} = \frac{b}{\text{sen}\ \beta} = \frac{c}{\text{sen}\ \gamma}$$

Teorema del coseno:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha}$$

Procedimiento analítico

También podemos calcular analíticamente la resultante. Para ello hacemos un esquema similar al que haríamos con la regla del triángulo y aplicamos los teoremas del seno o del coseno para determinar el valor del módulo y los ángulos desconocidos.

Ejemplo 3

Determina la resultante de las fuerzas $\vec{T}$ y $\vec{S}$ del ejemplo 2 mediante la regla del triángulo y analíticamente.

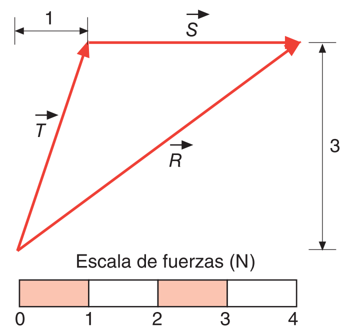


Fig. 1.12. *Solución gráfica.*

Solución

Solución analítica: $T = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = 3{,}162$ N

Trigonométricamente tenemos:

$3 = T \cdot \text{sen}\ \omega = 3{,}162 \cdot \text{sen}\ \omega$

$\omega = \text{arcsen}\ \dfrac{3}{3{,}162} = 71{,}58°$

$\varphi_1 = 180° - 90° - 71{,}58° = 18{,}42°$
$\varphi = \varphi_1 + 90° = 18{,}42° + 90° = 108{,}42°$

Por el teorema del coseno:

$R^2 = T^2 + S^2 - 2 \cdot T \cdot S \cdot \cos 108{,}42°$

$R = \sqrt{3{,}162^2 + 3^2 - 2 \cdot 3{,}162 \cdot 3 \cdot \cos 108{,}42°} = 5$ N

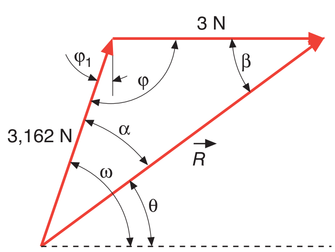


Fig. 1.13. *Solución analítica.*

$$\frac{R}{\text{sen}\ \varphi} = \frac{S}{\text{sen}\ \alpha} \Rightarrow \alpha = \text{arcsen}\left(\frac{S}{R} \cdot \text{sen}\ \varphi\right) = \text{arcsen}\left(\frac{3}{5} \cdot \text{sen}\ 108{,}42°\right) = \mathbf{34{,}7°}$$

$$\frac{R}{\text{sen}\ \varphi} = \frac{T}{\text{sen}\ \beta} \Rightarrow \beta = \text{arcsen}\left(\frac{T}{R} \cdot \text{sen}\ \varphi\right) = \text{arcsen}\left(\frac{3{,}162}{5} \cdot \text{sen}\ 108{,}42°\right) = \mathbf{36{,}87°}$$

$\theta = \beta = \mathbf{36{,}87°}$

B. Adición de más de dos fuerzas concurrentes

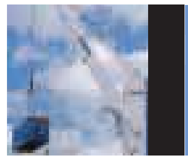
Para sumar más de dos fuerzas, podemos proceder aplicando sistemáticamente la regla del triángulo. Lo cual significa sumar dos fuerzas y sumar el resultado obtenido a la tercera, y así sucesivamente, hasta obtener la suma total. Este método es aplicable, ya que la suma de vectores cumple la propiedad asociativa, es decir:

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} = (\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{S} = \vec{H} + \vec{S} = \vec{R};\ \text{donde}\ \vec{H} = \vec{P} + \vec{Q}$$

Sin embargo, normalmente se procede igual que en la regla del triángulo, sólo que ahora se trataría de ir colocando los diferentes vectores uno a continuación de otro, uniendo sucesivamente el extremo de uno con el punto de aplicación del otro y, finalmente, uniendo el punto de aplicación del primero con el extremo del último, que determinaría su vector suma o resultante del sistema. En definitiva, daríamos con un **polígono vectorial,** razón por la cual este método se llama ***regla del polígono.*** Hay que recordar que siempre se deben dibujar manteniendo el módulo y sentido de los vectores, y desplazarlos sobre una línea paralela a su dirección.

!

Este sistema gráfico sólo se puede usar si el sistema de fuerzas es de dos dimensiones (hipótesis de partida de esta unidad).



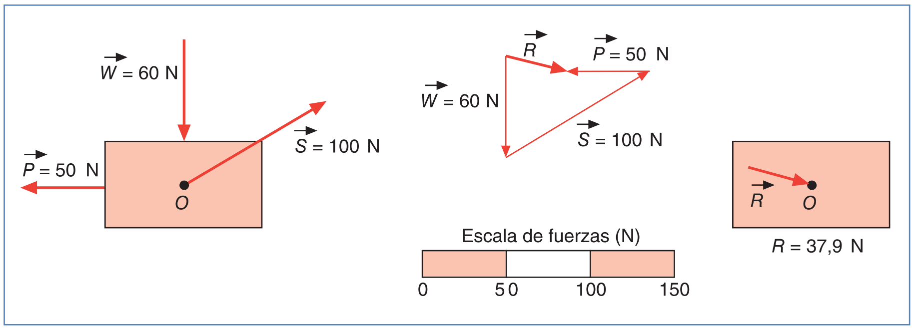


Fig. 1.14. *Adición de fuerzas concurrentes. Regla del polígono.*

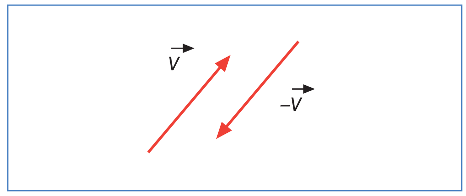


Fig. 1.15. *Vectores opuestos.*

Hay que recordar que el orden de colocación de los vectores es indiferente, ya que la suma de vectores cumple la propiedad conmutativa. Esto es:

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$$

C. Sustracción de fuerzas concurrentes

Para la sustracción de fuerzas, se parte del concepto de vector opuesto. Un **vector opuesto** (figura 1.15) es otro vector idéntico a uno dado, pero de sentido contrario. Se representa igual, pero con signo negativo. Así:

$$\vec{V}_{\text{opuesto}} = -\vec{V} \text{ y } \vec{V} + (-\vec{V}) = 0$$

Con la aplicación de este principio obtendremos la resultante de una resta o sustracción de vectores al sumar a un vector minuendo el opuesto del sustraendo:

$$\vec{R} = \vec{S} - \vec{T} = \vec{S} + (-\vec{T})$$

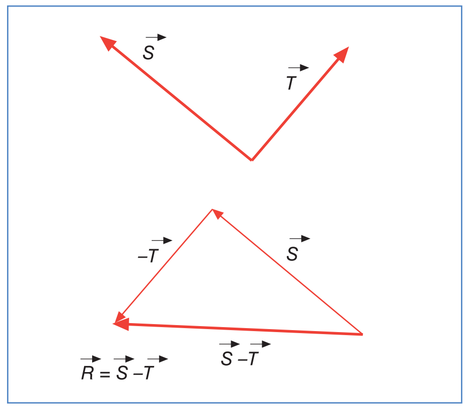


Fig. 1.16. *Sustracción de fuerzas concurrentes.*

Ejemplo 4

Calcula gráfica y analíticamente $\vec{T} - \vec{S}$ para la la figura del ejemplo anterior.

Solución

Solución analítica:

$$\left.\begin{array}{l} 90° = \varphi + \omega \\ \text{tg } \omega = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} \omega = \text{arctg } \frac{1}{3} = 18{,}43° \Rightarrow \varphi = 90° - 18{,}43° = 71{,}57°$$

$$R^2 = 3{,}162^2 + 3^2 - 2 \cdot 3{,}162 \cdot 3 \cdot \cos 71{,}57°$$

$$R = \sqrt{3{,}162^2 + 3^2 - 2 \cdot 3{,}162 \cdot 3 \cdot \cos 71{,}57°}$$

$$R = \mathbf{3{,}6\ N}$$

$$\frac{R}{\text{sen } \varphi} = \frac{T}{\text{sen } \beta} \Rightarrow \frac{3{,}6}{\text{sen } 71{,}57°} = \frac{3{,}162}{\text{sen } \beta}$$

$$\beta = \text{arcsen} \frac{3{,}162 \cdot \text{sen } 71{,}57°}{3{,}6} = \mathbf{56{,}45°}$$

$$\theta = \beta = \mathbf{56{,}45°}$$

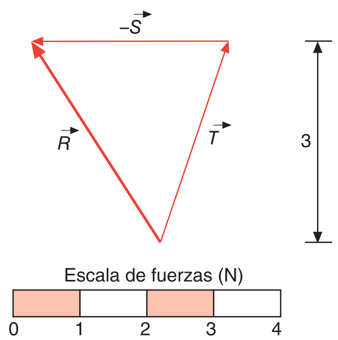


Fig. 1.17. *Solución gráfica.*

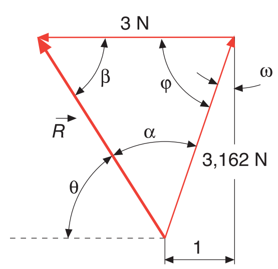


Fig. 1.18. *Solución analítica.*

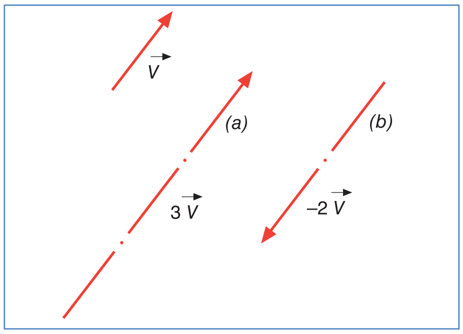


Fig. 1.19. *Producto de un escalar por un vector.*

D. Producto de un escalar por un vector

En los puntos anteriores hemos visto que la suma de dos vectores nos generaba un nuevo vector. Por otro lado, el producto de un escalar (número) por un vector también nos generará un vector; este nuevo vector resultante tendrá la misma dirección que $\vec{V}$, su módulo será el producto algebraico del número escalar por el módulo del vector $\vec{V}$, y su sentido será el mismo que el de $\vec{V}$ si el escalar es positivo, o bien opuesto si el escalar es negativo.

$$n\,\vec{V} = \vec{V} + \vec{V} + \vec{V} + \ldots\,(n)\ldots + \vec{V}$$

En la figura 1.19 se muestran gráficamente dos casos del producto de un escalar por un vector; en la opción *a)* el escalar es positivo, y en la *b)* es negativo.

Actividades

5> Calcula gráfica y analíticamente la resultante de las fuerzas $\vec{T}$ y $\vec{S}$, de módulos 100 N y 50 N respectivamente, aplicadas sobre el punto O del soporte de la figura 1.20.

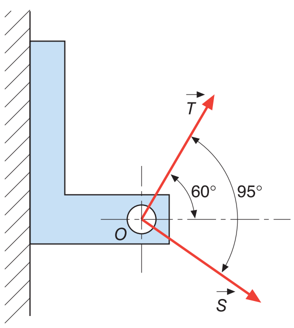


Fig. 1.20

6> Determina la diferencia $\vec{A} - \vec{B}$ de los vectores representados en la figura 1.21, si $A = 200$ N y $B = 250$ N.

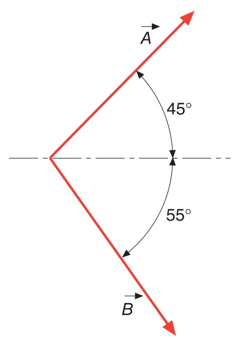


Fig. 1.21

7> Determina gráficamente la resultante del sistema de fuerzas concurrentes de la figura 1.22, si $F = 300$ N, $S = 250$ N, $O = 150$ N y $P = 100$ N.

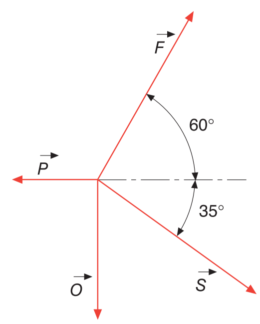


Fig. 1.22

1.4 Vectores unitarios. Descomposición de fuerzas

A. Vector unitario

Definimos como vector unitario $\vec{u}$ correspondiente a un vector $\vec{V}$ al vector de igual dirección y sentido que $\vec{V}$ pero cuyo módulo es la unidad.

Así pues:

$$\vec{V} = V \cdot \vec{u} \Rightarrow \boxed{\vec{u} = \frac{\vec{V}}{V}} \quad \text{donde } u = 1$$

El vector unitario $\vec{u}$ es el resultado de dividir el vector $\vec{V}$ por su módulo V.

Hasta este momento sólo habíamos calculado la resultante (suma) de diferentes fuerzas aplicadas en un punto; una operación contraria a ésta es la descomposición de una fuerza en dos.

Tenemos infinidad de posibilidades a la hora de descomponer una fuerza en dos. La descomposición se hace siempre según dos direcciones de apoyo. Veamos cómo se puede llevar a cabo.

►► B. Vectores en el plano y en el espacio. Componentes rectangulares

En un sistema ortogonal de coordenadas definimos tres vectores unitarios $\vec{i}$, $\vec{j}$ y $\vec{k}$, el primero en el eje de coordenadas x, el otro para el eje de las y, y el último para el eje de las z, tal y como se muestra en la figura 1.23. Es cierto que, como ya advertimos anteriormente, trabajaremos con un sistema de coordenadas de dos dimensiones, es decir, en el plano. Aquí, sin embargo, indicamos las tres coordenadas del espacio; la razón es porque lo necesitamos puntualmente para entender alguna cuestión.

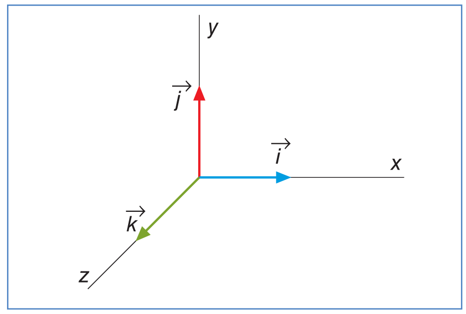


Fig. 1.23. *Componentes rectangulares en el espacio.*

A la hora de definir las componentes rectangulares de una fuerza, nos vemos obligados a marcar un sistema de coordenadas en el plano (figura 1.24) con un criterio unificado de sentidos positivos y negativos de las componentes rectangulares de la fuerza que tratemos.

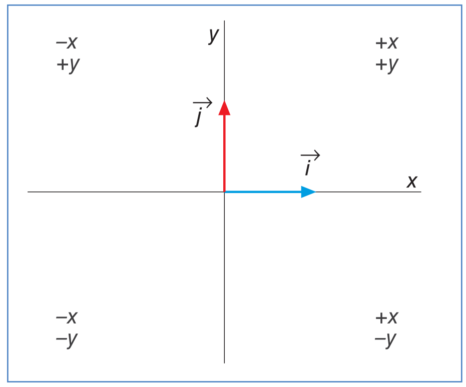


Fig. 1.24. *Componentes rectangulares en el plano.*

A partir de este sistema de coordenadas podemos expresar un vector o una fuerza según sus componentes rectangulares (figura 1.25), usando la ley del paralelogramo y la definición de producto de un escalar por un vector. Veamos:

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j}$$
$$\vec{S} = \vec{S}_x + \vec{S}_y = -S_x\,\vec{i} + S_y\,\vec{j}$$

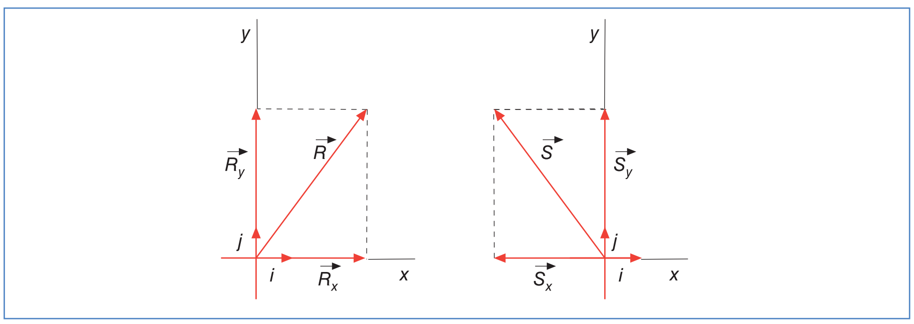


Fig. 1.25. *Expresión de un vector según sus componentes rectangulares.*

Trigonométricamente también podemos encontrar la **expresión polar** (figura 1.26); diremos que el vector $\vec{R}$ tiene como módulo R y forma un ángulo respecto del eje x que vale θ:

$$\boxed{\vec{R} = R\,\underline{|\theta}}$$

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} \quad \text{y} \quad \theta = \text{arctg}\,\frac{R_y}{R_x}$$

También se puede expresar $\vec{R}$ a partir del ángulo θ y de los vectores unitarios:

$$\boxed{\vec{R} = R \cdot (\cos\theta\,\vec{i} + \text{sen}\,\theta\,\vec{j})}$$

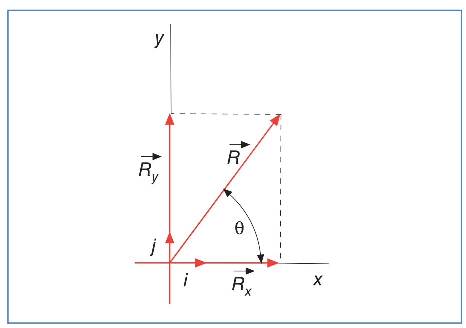


Fig. 1.26. *Expresión polar de un vector.*

ya que $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$

y como: $\vec{R}_x = R_x\vec{i} = R \cdot \cos\theta\,\vec{i}$ y $\vec{R}_y = R_y\vec{j} = R \cdot \text{sen}\,\theta\,\vec{j}$

$$\vec{R} = R \cdot \cos\theta\,\vec{i} + R \cdot \text{sen}\,\theta\,\vec{j} = R \cdot (\cos\theta\,\vec{i} + \text{sen}\,\theta\,\vec{j})$$

Ejemplo 5

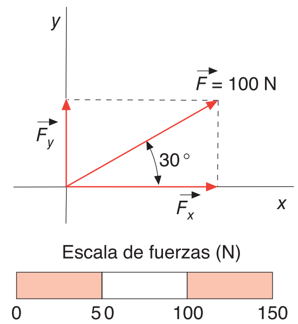


Fig. 1.27

Descompón la fuerza de la figura 1.27 en sus componentes rectangulares.

Solución

Trigonométricamente vemos que:

$$\vec{F}_x = F_x\vec{i} = 100 \cdot \cos 30° \cdot \vec{i} = 86{,}6\vec{i}\ \text{N}$$

$$\vec{F}_y = F_y\vec{j} = 100 \cdot \text{sen}\ 30° \cdot \vec{j} = 50\vec{j}\ \text{N}$$

$$\vec{F} = (86{,}6\vec{i} + 50\vec{j})\ \text{N}$$

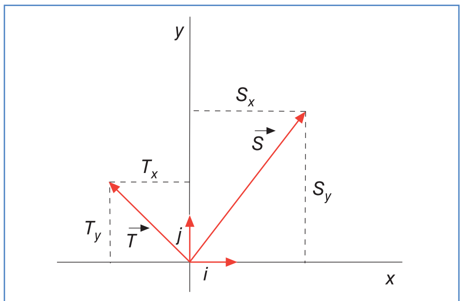


Fig. 1.28. *Adición de fuerzas por sus componentes rectangulares.*

▶▶▶ Adición de fuerzas por sus componentes rectangulares

Si tenemos más de una fuerza, podremos descomponerlas en componentes rectangulares y encontrar la resultante de éstas sumando algebraicamente los módulos de dichas componentes con vector unitario coincidente.

$$R = \vec{S} + \vec{T} \qquad \vec{R} = R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j}$$

$$\vec{S} = S_x\,\vec{i} + S_y\,\vec{j} \qquad R_x = S_x + (-T_x)$$

$$\vec{T} = -T_x\,\vec{i} + T_y\,\vec{j} \qquad R_y = S_y + T_y$$

En general: $\vec{R} = R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j}$
donde:

$$R_x = \Sigma\, F_x$$
$$R_y = \Sigma\, F_y$$

Ejemplo 6

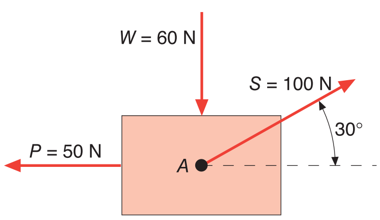


Fig. 1.29

Calcula la resultante de las fuerzas del ejemplo de la figura 1.29 por adición de sus componentes rectangulares.

Solución

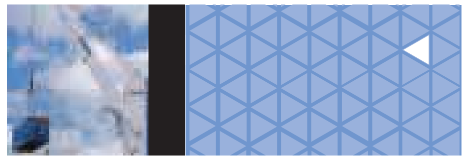
Tenemos:

$$\vec{R}_x = \vec{P}_x + \vec{W}_x + \vec{S}_x = P_x\vec{i} + W_x\vec{i} + S_x\vec{i} = -50\vec{i} + 0\vec{i} + 100 \cdot \cos 30°\vec{i} = 36{,}6\vec{i}\ \text{N}$$

$$\vec{R}_y = \vec{P}_y + \vec{W}_y + \vec{S}_y = P_y\vec{j} + W_y\vec{j} + S_y\vec{j} = 0\vec{j} - 60\vec{j} + 100 \cdot \text{sen}\ 30°\vec{j} = -10\vec{j}\ \text{N}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} = \mathbf{(36{,}6\vec{i} - 10\vec{j})\ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \mathbf{37{,}9\ N}$$



▶▶▶ Descomposición de una fuerza según dos direcciones prefijadas

Para deducir las fuerzas que, una vez compuestas, generan la de partida, aplicaremos la ley del paralelogramo, tal y como se muestra en la figura 1.30. La manera de resolver la descomposición puede ser gráfica o trigonométrica.

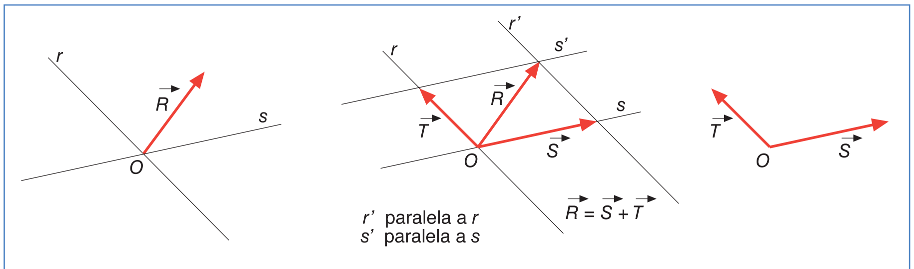


Fig. 1.30. *Descomposición de una fuerza según dos direcciones prefijadas.*

Ejemplo 7

Descompón la fuerza $\vec{F}$ de módulo 100 N de la figura 1.31, según las rectas *r* y *s*.

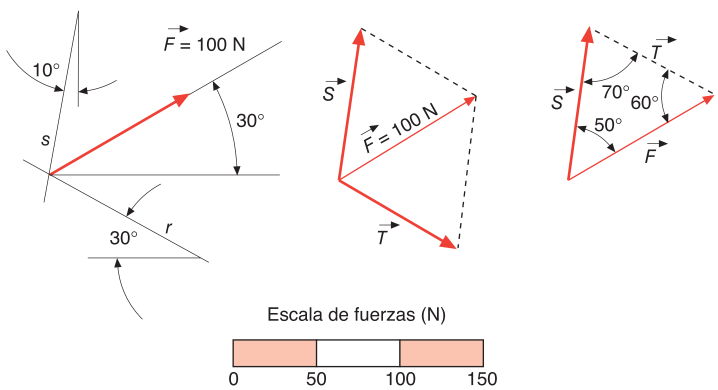


Fig. 1.31

Solución

Trigonométricamente tenemos:

$$\frac{T}{\text{sen } 50°} = \frac{S}{\text{sen } 60°} = \frac{100}{\text{sen } 70°}$$

$$T = \frac{100 \cdot \text{sen } 50°}{\text{sen } 70°} = \mathbf{81{,}5\ N}$$

$$S = \frac{100 \cdot \text{sen } 60°}{\text{sen } 70°} = \mathbf{92{,}2\ N}$$

▶▶▶ Descomposición de una fuerza en dos fuerzas conocido el valor de una de éstas

Para deducir la otra fuerza que, una vez compuesta con la conocida, nos genera la fuerza a descomponer, aplicaremos la regla del triángulo. En este caso también podremos resolver la descomposición gráfica o trigonométricamente.

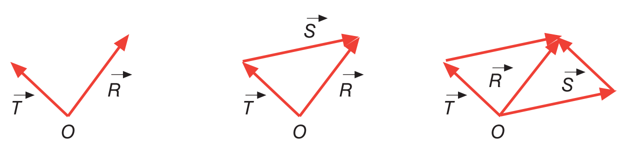


Fig. 1.32. *Descomposición de una fuerza ($\vec{R}$) en dos, conocido el valor de una de éstas ($\vec{T}$).*

Ejemplo 8

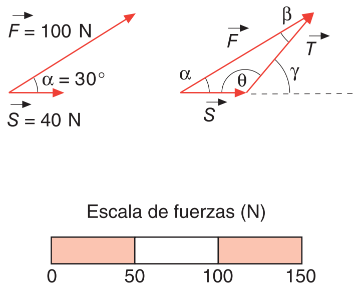


Fig. 1.33

Descompón la fuerza del ejemplo anterior en dos, sabiendo que una tiene de módulo 40 N, que su dirección es horizontal, y el sentido, hacia la derecha.

Solución

Trigonométricamente tenemos:

$$\alpha = 30°$$

$$T^2 = 100^2 + 40^2 - 2 \cdot 100 \cdot 40 \cdot \cos 30°$$

$$T = \sqrt{100^2 + 40^2 - 2 \cdot 100 \cdot 40 \cdot \cos 30°}$$

$$T = 68{,}4 \text{ N}$$

$$\frac{T}{\text{sen } \alpha} = \frac{S}{\text{sen } \beta} \Rightarrow \frac{68{,}4}{\text{sen } 30°} = \frac{40}{\text{sen } \beta}$$

$$\beta = \text{arcsen } \frac{40 \cdot \text{sen } 30°}{68{,}4} = 17°$$

$$\theta = 180° - (30° + 17°) = 133°$$

$$\gamma = 180° - 133° = \mathbf{47°}$$

Actividades

8> Descompón gráfica y analíticamente la fuerza $\vec{R}$ de 100 N de la figura 1.34 según la dirección de las rectas *t* y *s*.

9> Determina la fuerza $\vec{S}$ que, sumada a $\vec{T}$, nos genera la fuerza $\vec{R}$ de 50 N, sabiendo que *T* vale 25 N según la dirección de la recta *t* de la figura 1.35.

10> Determina las componentes rectangulares de la fuerza $\vec{R}$ de la figura 1.36.

11> Determina la resultante de las fuerzas $\vec{S}$, $\vec{T}$ y $\vec{N}$ mediante la suma de sus componentes rectangulares.

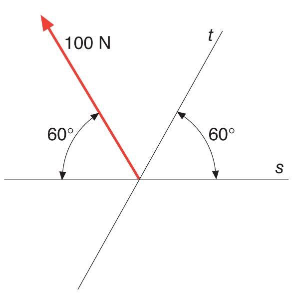


Fig. 1.34

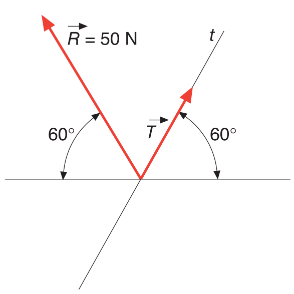


Fig. 1.35

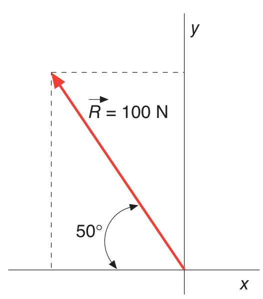


Fig. 1.36

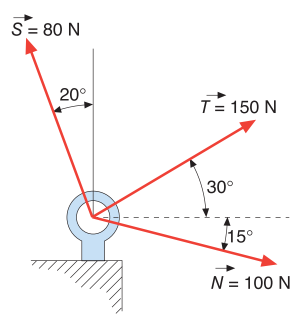


Fig. 1.37

1.5 Equilibrio del punto material o partícula

A. Primera ley de Newton. Condiciones de equilibrio

Ya sabemos que si un sólido está sometido a fuerzas concurrentes, podemos estudiarlo como si se tratara de una partícula (reducción a un punto adimensional); para poder asegurar que un cuerpo sobre el que interaccionan diversas fuerzas se mantiene en equilibrio se debe cumplir **la primera ley de Newton,** la cual nos dice:

Cuando la resultante de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula, éste o bien permanece en reposo o bien se mueve a velocidad constante con trayectoria rectilínea.

Es decir, que para comprobar que una partícula está en equilibrio, todas las fuerzas que actúan sobre ésta deben generar una fuerza resultante de módulo igual a cero.

Condiciones de equilibrio

Como consecuencia de la primera ley de Newton, la condición de equilibrio de una partícula viene dada por las siguientes expresiones:

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0}$$

y en el plano

$$\boxed{\sum \vec{F}_x = 0 \quad \text{y} \quad \sum \vec{F}_y = 0}$$

Además de los sistemas gráficos, hay dos sistemas para saber si un sistema de fuerzas aplicado sobre una partícula hace que ésta se mantenga en reposo: el primero emplea la **regla del polígono;** el otro, la **descomposición de fuerzas en sus coordenadas rectangulares.**

Por la regla del polígono

Tal como hemos explicado, se puede utilizar la regla del polígono para calcular la resultante de varias fuerzas en el plano. Para lograr que una partícula esté en equilibrio la condición geométrica del polígono de fuerzas debe ser que la última fuerza coincida con el inicio de la primera, es decir, que la **fuerza resultante sea nula,** condición que viene dada por la primera ley de Newton.

Ejemplo 9

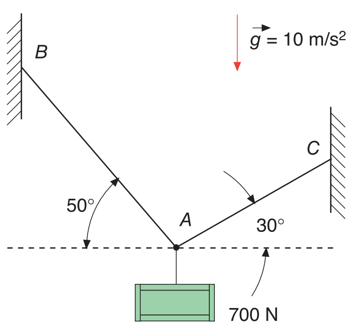


Fig. 1.38

Un peso de 700 N está fijado por dos hilos, como se muestra en la figura 1.38. ¿Cuáles son las fuerzas a las que están sometidas ambos hilos?

Solución

Para determinar la tensión que padecen los hilos aplicaremos la condición de equilibrio al punto *A*, considerado como una partícula en la que concurren las tres fuerzas: las de los dos hilos y la del peso. Entonces:

$$\sum \vec{F}_A = 0$$

A partir de esta expresión, construimos el polígono vectorial de fuerzas que deben sumar 0:

$$\vec{T}_b + \vec{T}_c + \vec{P} = 0, \text{ donde } \vec{P} \text{ es el peso de módulo } P = 700 \text{ N}$$

Ejemplo 9

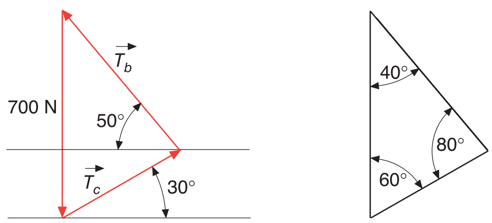


Fig. 1.39

Obtenemos el diagrama de la figura 1.39 y si aplicamos el teorema del seno tenemos:

$$\frac{T_b}{\text{sen } 60°} = \frac{T_c}{\text{sen } 40°} = \frac{700}{\text{sen } 80°}$$

$$T_b = \frac{700 \cdot \text{sen } 60°}{\text{sen } 80°} = \mathbf{615{,}57\ N}$$

$$T_c = \frac{700 \cdot \text{sen } 40°}{\text{sen } 80°} = \mathbf{456{,}89\ N}$$

En caso de que la partícula esté sometida a la acción de sólo tres fuerzas, el polígono de fuerzas se reduce a la aplicación de la regla del triángulo. En este caso también el final de la última fuerza debe coincidir con el inicio de la primera.

Ejemplo 10

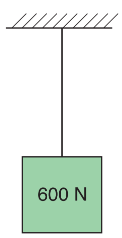


Fig. 1.40

El cuerpo de 600 N de la figura 1.40 cuelga de un hilo. ¿Cuál es la tensión del hilo?

Solución

Si construimos el polígono de fuerzas, tendremos el diagrama de la figura 1.41.

Por lo tanto, la fuerza sobre el hilo será de 600 N.

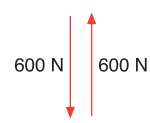


Fig. 1.41

Cuando actúan sólo dos fuerzas sobre una partícula, ésta permanece en reposo si las fuerzas son opuestas y de igual módulo.

▶▶▶ Por coordenadas rectangulares

Por otro lado, hemos visto que las fuerzas se podían descomponer en sus componentes rectangulares. Entonces podemos dar con la resultante a través de la suma de sus componentes, es decir, para una partícula sometida a la acción de las fuerzas $\vec{F}$, $\vec{T}$, $\vec{N}$,… $\vec{S}$ en el plano, tenemos:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

donde

$$\vec{R}_x = \vec{F}_x + \vec{T}_x + \vec{N}_x + \ldots + \vec{S}_x$$

$$\vec{R}_y = \vec{F}_y + \vec{T}_y + \vec{N}_y + \ldots + \vec{S}_y$$

Como para que se cumpla la primera ley de Newton la resultante de fuerzas debe ser nula ($R = 0$), tenemos:

$$F_x + T_x + N_x + \ldots + S_x = 0$$

$$F_y + T_y + N_y + \ldots + S_y = 0$$

de donde

$$\sum R_x = 0 \quad \text{y} \quad \sum R_y = 0$$

Ejemplo 11

En el canal de ensayos de la figura 1.42 queremos comprobar el comportamiento de un prototipo ante un flujo de agua, tal y como se indica. Sabiendo que $T_b = 400$ N y que $T_d = 600$ N, ¿cuánto vale T_c y la fuerza de arrastre F_a?

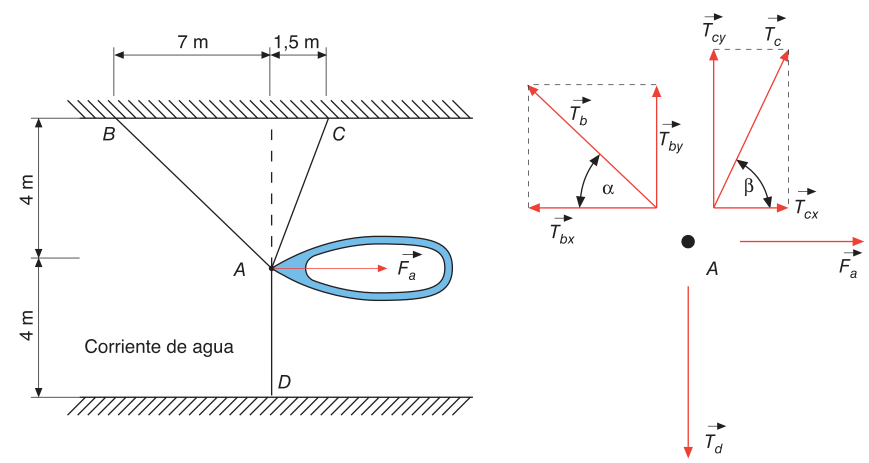


Fig. 1.42

Solución

Primero calculamos los ángulos α y β:

$$\alpha = \text{arctg}\,\frac{4}{7} = 29{,}7°$$

$$\beta = \text{arctg}\,\frac{4}{1{,}5} = 69{,}4°$$

A continuación aplicamos las dos ecuaciones de la estática, tomando como positivas las fuerzas horizontales que se dirigen hacia la derecha y las verticales que van hacia arriba.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_{by} + T_{cy} - T_d = 0;\ T_{by} + T_{cy} = T_d$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 400 \text{ sen } 29{,}7° + T_c \text{ sen } 69{,}4° = 600$$

de donde $\boldsymbol{T_c = 429{,}3}$ **N**

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{cx} - T_{bx} + F_a = 0;\ \ T_{bx} = F_a + T_{cx} \ \text{ y como } T_{cx} = T_c \cos\beta$$

$$\text{de donde } \sum F_x = 0 \Rightarrow 400 \cos 29{,}7° = F_a + 428{,}3 \cos 69{,}4°$$

de donde $\boldsymbol{F_a = 196{,}4}$ **N**

Ejemplo 12

Calcula la fuerza T que actúa sobre el hilo OA, con el fin de garantizar el equilibrio del sistema de la figura 1.43.

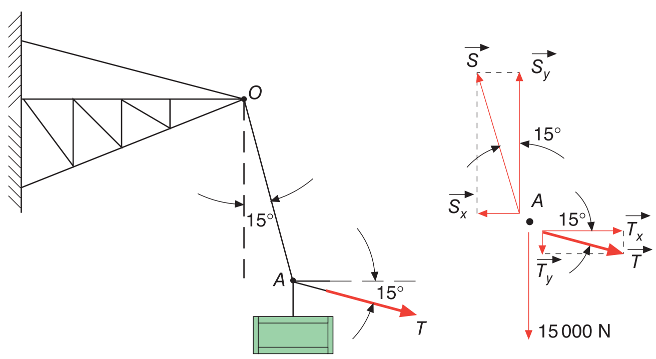


Fig. 1.43

Solución

$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_x - S_x = 0$, de donde $T \cdot \cos 15° - S \cdot \text{sen } 15° = 0$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_y - T_y - 15\,000 = 0$,

de donde $S \cdot \cos 15° - T \cdot \text{sen } 15° - 15\,000 = 0$

$T \cdot \cos 15° - S \cdot \text{sen } 15° = 0$

$S \cdot \cos 15° - T \cdot \text{sen } 15° - 15\,000 = 0$

$$T = \frac{S \cdot \text{sen } 15°}{\cos 15°} = S \cdot \text{tg } 15°$$

$S \cdot \cos 15° - S \cdot \text{tg } 15° \cdot \text{sen } 15° - 15\,000 = 0$

$$S = \frac{15\,000}{\cos 15° - \text{tg } 15° \cdot \text{sen } 15°} = \mathbf{16\,730\ N}$$

$T = S \cdot \text{tg } 15° = 16\,730 \cdot 0{,}2679 = \mathbf{4\,482\ N}$

Ejemplo 13

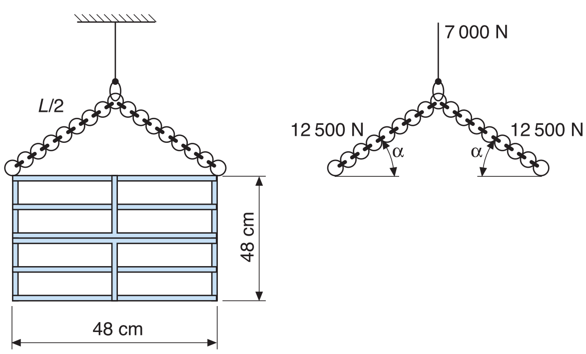


Fig. 1.44

La caja de la figura 1.44 pesa 700 kp. Determina la longitud mínima de la cadena de sujeción sabiendo que ésta no puede superar una fuerza superior a 12 500 N. Ambos extremos de la cadena están sometidos a la misma fuerza.

Solución

Si $g = 10$ m/s^2, tenemos que la carga de 700 kp representa 7 000 N.

Si hacemos el sumatorio de fuerzas verticales con el valor de tensión máxima en cada extremo, tendremos:

$$2 \cdot 12\,500 \cdot \text{sen } \alpha = 7\,000$$

Si despejamos el valor del ángulo, tendremos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{7\,000}{2 \cdot 12\,500} \Rightarrow \alpha = 16{,}26°$$

Geométricamente, la proyección de los dos extremos de la cadena debe dar la anchura de la caja, es decir, la proyección de un extremo es la mitad de la anchura de la caja:

$$\frac{L}{2} \cos 16{,}26° = 24; \quad \text{de donde } L = \mathbf{50\ cm}$$

Hay que tener en cuenta que con estas ecuaciones de la estática podemos resolver problemas de partículas sometidas a diferentes fuerzas, siempre que haya como máximo dos incógnitas, es decir, tantas incógnitas como ecuaciones tengamos. En caso de tener más de dos incógnitas, decimos que el sistema es hiperestático, por lo que es imposible resolverlo con las ecuaciones de la estática.

Actividades

12> Para los tres sistemas de poleas indicados en la figura 1.45, calcula el valor de T para mantener en equilibrio el peso de 2 500 N.

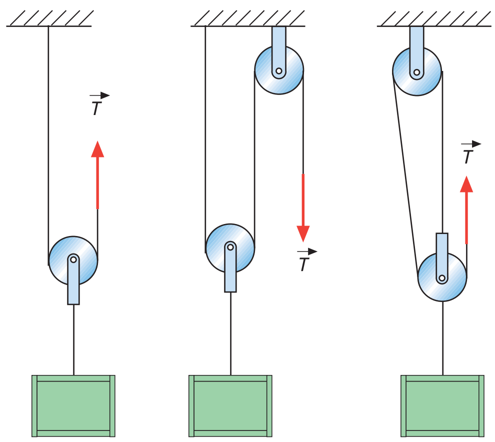


Fig. 1.45

13> Para los dos sistemas de poleas indicados en la figura 1.46, calcula el valor de T para mantener en equilibrio el peso de 3 500 N.

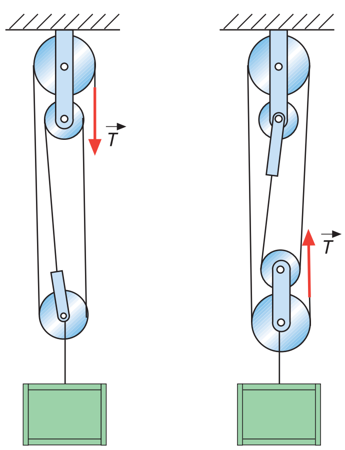


Fig. 1.46

14> El cable AC es tensado por un rodillo en el punto B. Si $\alpha = 15°$, determina la tensión del cable.

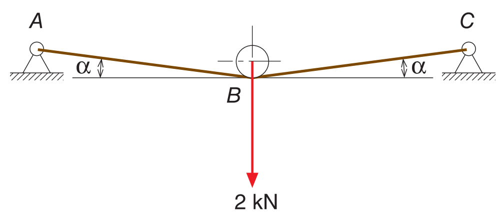


Fig. 1.47

15> La barra BC de peso despreciable está articulada a una pared vertical en el punto B, y se mantiene en equilibrio gracias al tirante AC. Determina la fuerza que ejerce el tirante sobre la barra si se aplica una fuerza vertical de 300 N en el punto C.

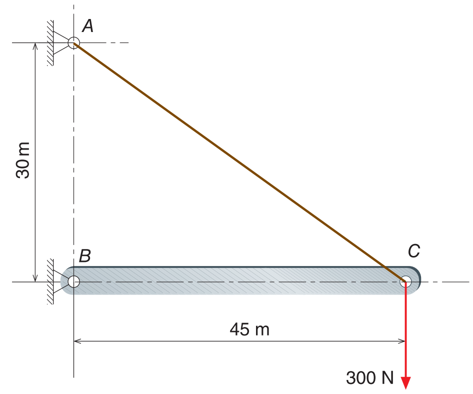


Fig. 1.48

16> Calcula las fuerzas actuantes sobre los cables AB y CB de la figura 1.49.

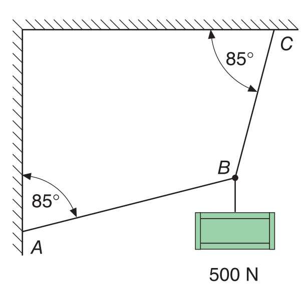


Fig. 1.49

Actividades

17> El pistón *AB* de la figura 1.50 ejerce una fuerza de 1 000 N para levantar la caja. Descompón esta fuerza según dos direcciones? una paralela a *BC*, y otra perpendicular.

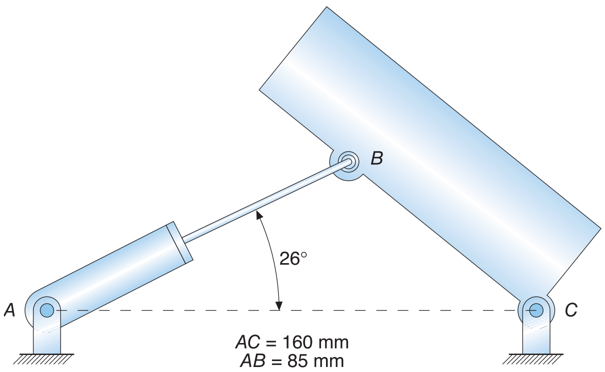


Fig. 1.50

18> Si aplicamos una fuerza *P* a una ruedecilla que gira sobre el cable *ACB*, la tensión de ambos extremos vale 600 N. Calcula el módulo y la dirección de *P*.

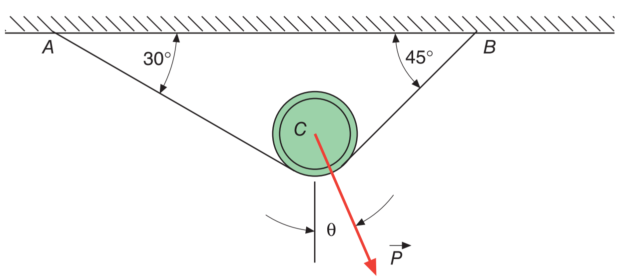


Fig. 1.51

19> Mediante un cable y dos poleas se disponen tres cuerpos según se indica en la figura 1.52 Determina el valor de la masa *m* para que el sistema se mantenga en equilibrio.

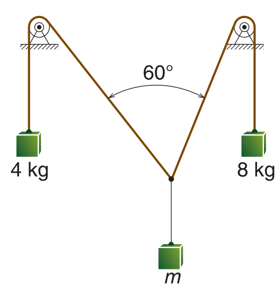


Fig. 1.52

20> El soporte *D* de la figura 1.53 está sometido, según se indica, a tres fuerzas. Si se sabe que $P = 250$ N, determina:

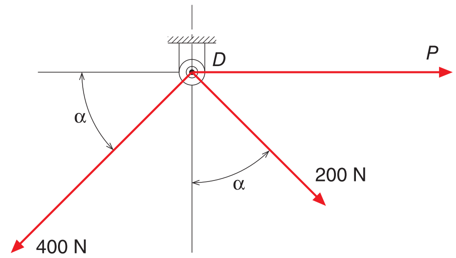


Fig. 1.53

a) El valor del ángulo α para que la resultante sea vertical.
b) El módulo de la resultante.

21> Determina la dirección α de la fuerza $\vec{F}$ y la tensión del hilo del sistema de equilibrio de la figura 1.54, si se sabe que $F = 300$ N.

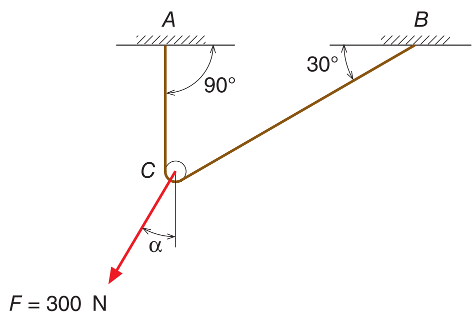


Fig. 1.54

22> Una barca se mueve con velocidad constante cuando tiran de ella dos cuerdas *AB* y *AC*, tal y como se indica en la figura 1.55. Si se sabe que la resultante tiene un módulo de 800 N en la dirección horizontal y con el sentido que se muestra en la figura, determina el valor de la tensión de la cuerda *AB* y el ángulo que forma con la horizontal.

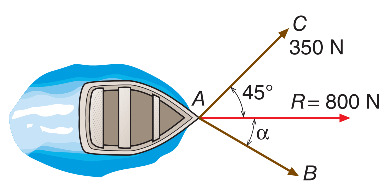
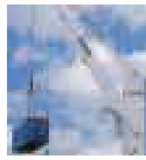


Fig. 1.55



Actividades finales

1> Sobre la silla actúan las fuerzas $\vec{S}$ y $\vec{T}$. Determina gráficamente el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza $\vec{R}$ resultante.

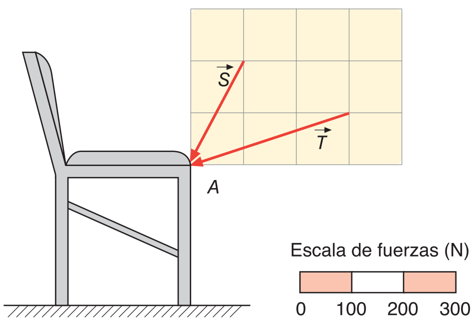


Fig. 1.56

S: R = 500 N, α = 36,87°

2> Los dos automóviles de la figura 1.57 hacen avanzar la barca según el eje del curso del río. Sabiendo que la fuerza sobre el cable 1 que une el coche *A* y la barca es de 1 500 N, calcula:

a) La tensión del cable 2 si su inclinación respecto del eje es un ángulo α = 30°.
b) Lo mismo, pero para α = 45°.

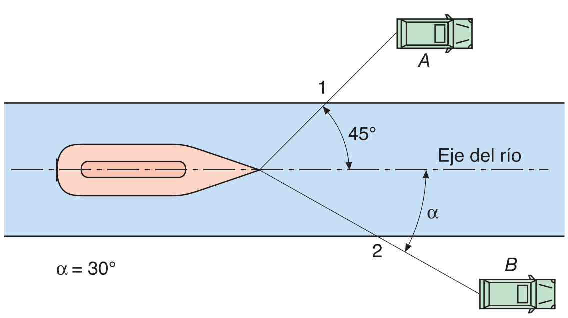


Fig. 1.57

S: *a*) T_2 = 2 121,2 N; *b*) T_2 = 1 500,1 N

3> Sobre la anilla de la figura 1.58 hay aplicadas tres fuerzas. Calcula la resultante por los siguientes procedimientos:

a) Gráficamente.

b) Analíticamente, con la suma de las componentes rectangulares.

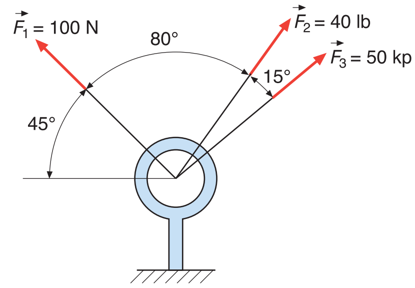


Fig. 1.58

S: R = 669 N, α = 52,6°

4> Sobre el cohete de la figura 1.59 están aplicadas las fuerzas $\vec{W}$, $\vec{R}$, $\vec{S}$ y $\vec{E}$. $\vec{W}$ representa el peso del cohete y vale 3 000 N; $\vec{R}$ la fuerza pasiva del aire, con un valor de 800 N; $\vec{S}$ corresponde a la fuerza de sustentación del cohete y vale 3 900 N; finalmente, $\vec{E}$ representa el empuje que ejercen los motores del cohete, con un valor de 1 600 N. Calcula la resultante de las fuerzas $\vec{W}$, $\vec{R}$, $\vec{S}$ y $\vec{E}$ si la inclinación del cohete es de α = 22,6°.

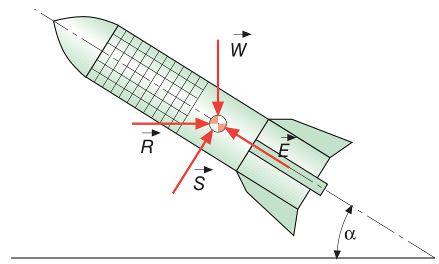


Fig. 1.59

S: R = 1 467 N, α = 55,95°

5> Calcula las tensiones de los hilos *AB* y *BC* del sistema de la figura 1.60.

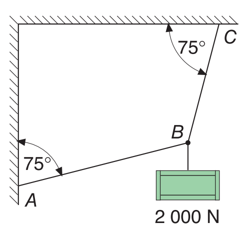


Fig. 1.60

S: T_{AB} = 597 N, T_{BC} = 2 230 N

6> En la figura 1.61, la báscula *a* sólo puede pesar un máximo de 50 kp, y el dinamómetro no puede medir fuerzas superiores a los 100 N. ¿Cuánto pesa la persona de la figura si el dinamómetro indica 9 kp y la báscula 40 kp?

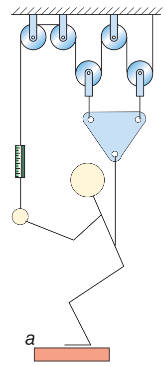


Fig. 1.61

S: $P = 833$ N

7> La barra *BC* de peso despreciable es soportada por el tirante *AC* y la articulación en *B*. Determina la fuerza que soporta la barra y el tirante si se aplican 45 kN en el punto *C,* tal y como se muestra en la figura 1.62.

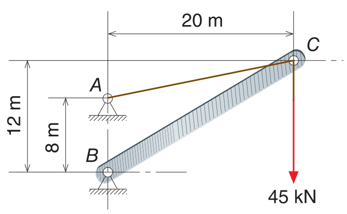


Fig. 1.62

S: $F = 114{,}6$ kN

8> El cilindro hidráulico *BD* ejerce sobre la barra *ABC* una fuerza *P* en la dirección *BD*. Si se sabe que *P* debe tener una componente perpendicular a la barra *ABC* de módulo 7 500 N, determina:

a) El módulo de *P*.
b) El módulo de la componente paralela a la barra *ABC*.

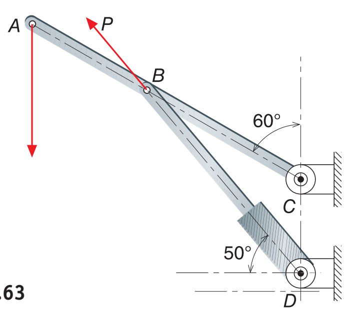


Fig. 1.63

S: $P = 21\,928{,}5$ N; $P_{||} = 20\,606$ N

9> Actividad experimental: determinación práctica de la resultante de dos fuerzas

El objetivo de esta práctica es comprobar que dos fuerzas pueden ser sustituidas por otra resultante hallada a partir de la regla del triángulo.

El material que vamos a necesitar para la realización de ésta práctica será:

- Tres poleas.
- Tres pesos, por ejemplo tres envases de bebida parcialmente llenos de arena.
- Unas balanzas o un dinamómetro.
- Tres hilos de nailon.
- Soportes para las poleas.
- Transportador de ángulos.

La metodología será la siguiente:

- Llena de arena los tres envases de plástico hasta alcanzar las masas de 1 kg, 0,455 kg y 0,759 kg. Después realiza el montaje según la siguiente figura:

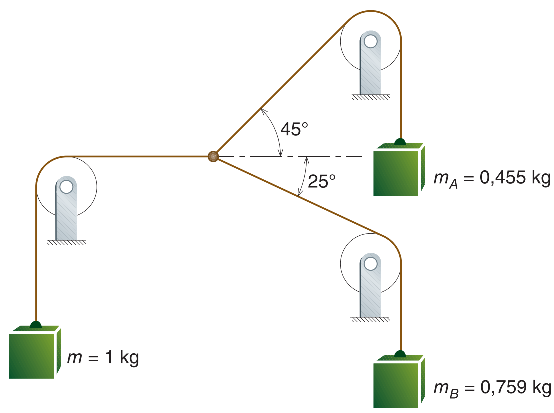


Fig. 1.64

- Una vez hayas logrado equilibrar los pesos según los ángulos indicados, puedes comprobar que, al sustituir los cables inclinados por el horizontal de la figura de debajo, el sistema se comporta exactamente igual.

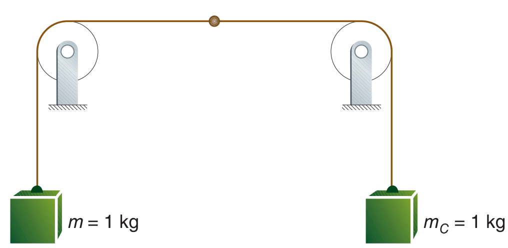


Fig. 1.65

- Demuestra mediante la regla del triángulo que la resultante de las dos fuerzas iniciales, dadas por los pesos *A* y B, es el peso *C*.